

可変構造追従制御のカオス力学系への応用

清水 能理*

Application of the Variable Structure Servo Control to Chaotic Dynamics Systems

Yoshimasa SHIMIZU*

Abstract

Chaos control is one of the applied researches using chaos theory to control engineering. It stabilizes the state of the chaotic system into the Unstable Periodic Orbit (UPO) embedded in the strange attractor. In the typical methods of the discrete-time chaos control using linearization near periodic points of UPO, there are the OGY method and the Time Delayed Feedback Control (DFC) method. It is considered that above-mentioned techniques are applied for the systems containing noise. Then, the error of the feedback gain of the control input determined analytically using the mathematical model becomes the problem for the chaos control. On the other hand, it is known that the Sliding Mode Control (SMC) is robust for the control system containing uncertainty. It is also known as the Variable Structure System (VSS). And, the continuous-time chaos control using SMC was proposed. Unfortunately, it is inapplicable to the chaos control using linear approximation, since proper linearization based on the mathematical model is needed in the design of the control system. Therefore, the discrete-time chaos control using SMC based on linear approximation for the chaotic system containing uncertainty is proposed. The servo control input into UPO is designed in consideration of uncertainty of the system. This input is performed near each periodic point using the ergodicity and the short-term predictability of the chaotic system, so that UPO is early stabilized by the control input of the small quantity.

Keywords: Chaos, Servo control, Ergodicity, Variable structure system, Sliding mode control

1. はじめに

自然系, 人工系を問わず非線形性を有する系に遍在するカオス力学系は, 有界の領域内で起こる非周期で初期値に鋭敏な決定論的法則に基づく振動現象である^[1]. 工学分野でのカオス応用をめざすカオス工学のひとつに, 制御工学への応用であるカオス制御があり, レーザ発振^[2], ダイオード共振器回路^[3], 位相同期回路^[4,5,6], 乱流^[7], 船舶の横揺^[8]や不整脈^[9]などの制御に適

用されはじめている。カオス制御は, 安定性や最適性の目的から系におけるカオス現象を好ましくないものと考え, カオス的なダイナミズムを有する系の状態軌道をストレンジアトラクタに埋め込まれた目標となる不安定周期軌道(UPO)に安定化する^[10]。離散時間のカオス力学系を対象とした制御方法の代表的なものに, Ott, Grebogi, Yorkeが提案したOGY法がある^[11]。系の状態をUPOの不安定周期点に向かう安定多様体上に乗せるこの手法から, いくつかの改良型も考案された^[3,12]。そして, Pyragasが提案したTime Delayed Feedback Control (DFC)法は, 系の過去の状態と現在の状態との

平成19年12月17日受理

* システム情報工学科・助教

差に基づく連続フィードバック量を用いる手法で、離散系にも容易に適用できる^[13]。また、潮らの Prediction-based Feedback Control (PFC)法では、系の状態の予測値を用いることで、離散系に対する DFC 法における UPO のクラスの制限^[14,15]を改善している^[16]。

ストレンジアトラクタと呼ばれるカオス固有のアトラクタは、加算無限個の不安定周期解と非加算無限個の非周期解による軌道の集まりである^[10]。前述のカオス制御法は、目標となる UPO の各不安定周期点の近傍においてのみ制御入力を加える局所線形フィードバック制御である^[8]。よって、系の安定性が UPO の近傍でしか保証されない。しかし、カオス系のエルゴード性により系の軌道は必ず不安定周期点に近づき、印加される制御入力の大きさは非常に微小な量でよい^[1]。カオス軌道が一度 UPO になった後は、ゆらぎなどで、その軌道を外れたときにのみ制御を行う^[10]。パッシブ型の制御とも云え、系の自由度が高くなると目標に近づくことは希になり、フィードバックを行うまでの時間が非常に長くなる^[17]。また、DFC 法そして PFC 法ともに、フィードバック・ゲインの決定は試行錯誤であり、UPO 近傍以外で制御入力を印加すると系は返って不安定になる。しかし、カオス系の数学モデルが既知である場合には、UPO 近傍の線形化系に基づいてゲインを求めことができる^[10,13,16]。

不安定周期点近傍で実行される離散カオス制御系は、可制御でなくてもよいが可安定である必要がある^[8,10]。実際の系には外乱が不可避であり、カオス系の制御においてもその影響を受ける恐れがある^[1]。OGY 法では、目標とする UPO の軌道計算が必要で、その計算精度が重要になる^[3,11,12]。軌道計算の精度が良くなくても適用可能な PFC 法は、正確な予測値を必要とし、フィードバックゲインの有効な範囲も広くない^[16,18,19]。そして、比較的ロバストであることで知られる DFC 法には奇数条件と呼ばれる制約があり、いつも適用できるとは限らない^[14,15]。

よって、制御入力に侵入する外乱を考慮しないと UPO の安定化に問題が生じる場合がある。

一方、状態空間に超平面を構成することで可変構造系 (VSS) 構築し、系の状態軌道を可変構造制御 (VSC) するスライディングモード制御 (SMC) がある^[20,21]。線形系を対象として、系のパラメータの摂動や外乱などシステムの不確かさに対してロバストな制御系設計が研究されてきた^[22]。非線形系に対しても滑り状態 (スライディングモード) のときシステムがロバストなことから^[23]、Yau らは連続時間 SMC を不確かさをともなうカオス系の軌道安定化に適用した。連続入力を用い任意の状態から目標軌道に収束させる。近似法を用いずチャタリング抑制に優れているが、制御入力が大きくなる場合もある^[24]。そして、DFC 法に基づき、UPO 近傍において小さな SMC 制御入力を用いる連続時間カオス制御が Yu らによって提案された。離散時間系への適用が期待されるが、制御対象の厳密な線形化が必要であり、一般によく知られる近似を用いた離散系カオス制御に、そのまま応用できない^[25,26,27,28]。DFC 法を用いるため、制約を受けたり^[14,15]、制御を開始してから実際に操作量が印加されるまでに時間を要する場合もある^[17]。

近似モデルしか得られないような未知系のカオス制御問題や数学モデルが既知であっても外乱が存在するようなカオス力学系の安定問題では、モデルの不確かさや外乱に対してロバストであることが重要となる。そこで、制御入力に集中的な不確かさとして外乱を含む離散系に対するカオス制御法として、可変構造制御系 (VSCS) 理論の代表的な方法のひとつである SMC を用いた制御系設計法を提案する。古田の離散時間線形系 SMC^[29]に基づく本手法では、対象が高次系である場合も考慮し、不安定周期点への到達を早めたアクティブ型とするため Chan のサーボ系設計法^[30]を応用する。そして、不安定周期点近傍では、野波らのチャタリング低減法^[22]により外乱の影響を小さくする。

提案する制御法では、二つの入力を系が属する状態空間の領域によって切換えて用いる。一つは状態を不安定周期点近傍に遷移させるカオス制御入力で、もう一つは状態を不安定周期点に安定化する入力である。各制御入力の設計や実行においては、線形化誤差や操作量が大きくなるように、カオス力学系の特徴であるエルゴード性と短期予測可能性を用いる^[17,31,32]。提案手法と従来の手法を用いた比較数値実験を行い、提案手法の有効性を示す。

2. 問題の記述

制御対象は、式 (1) で表される離散時間非線形系とする。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k)) \quad (1)$$

式 (1) は、カオスを発生してエルゴード性と短期予測可能性を有する。 $\mathbf{x}(k) \in R^m$ は式 (2) に表す系の状態ベクトルであり、そのノルムを式 (3) で定義する。

$$\mathbf{x}(k) = [x_1(k) x_2(k) \cdots x_m(k)]^T \quad (2)$$

$$\|\mathbf{x}(k)\| = (\sum_{w=1}^m x_w^2(k))^{1/2} \quad (3)$$

そして、 $\|\mathbf{x}(k)\|$ の最大値を X_{\max} とし、式 (4) を用いて時系列 $\mathbf{x}(k)$ から定める。

$$X_{\max} = \max_{0 \leq k \leq K} \{\|\mathbf{x}(k)\|\} \quad (4)$$

K は、式 (1) が状態空間において初期値 $\mathbf{x}(0)$ に関わらず同様な有界領域を示すようになる時刻で、 X_{\max} が予め決定できる十分な長さとする。

いま、式 (1) をカオス制御することを考え、式 (1) の制御系が式 (5) で表されたとする。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{b}\{u(k) + n(k)\} \quad (5)$$

$u(k) \in R$ は加法的なカオス制御入力であり、 $\mathbf{b} \in R^m$ は入力ベクトルである。そして、 $n(k) \in R$ は加法的な外乱で、 $u(k)$ と同じレンジスペースから侵入するとする。その波形は未知であるが十分な長さの時系列 $n(k)$ が事前に得られ、その絶対値 $|n(k)|$ の最大値 N_{\max} は推定可

能とする。式 (5) は、一般的な非線形系において、最大値が既知である加法的な外乱に対するロバスト性を検証するために用いられる制御系を表す式と同様な形をしている^[22,33]。また、 $u(k), n(k)$ が小さければ、式 (5) はエルゴード性と短期予測可能性をまだ保持してカオス的に振る舞うとする。さらに、式 (1) の非線形関数 $\mathbf{f}(\cdot)$ は、 $\mathbf{x}(k)$ に対して微分可能とする。ここで、 $\mathbf{x}(k)$ と任意の状態 $\mathbf{x}_0 \in R^m$ の誤差ベクトルを式 (6) のように $\mathbf{z}(k) \in R^m$ とすると、 \mathbf{x}_0 近傍における式 (5) の線形化系は式 (7) で表される。

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_0 \quad (6)$$

$$\mathbf{z}(k+1) = \Phi(\mathbf{x}_0)\mathbf{z}(k) + \mathbf{b}\{u(k) + n(k)\} \quad (7)$$

ここで、システム行列 $\Phi(\mathbf{x}_0) \in R^{m \times m}$ は式 (8) で得られる。

$$\Phi(\mathbf{x}_0) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}(k)} \mathbf{f}(\mathbf{x}(k)) \Big|_{\mathbf{x}(k)=\mathbf{x}_0} \quad (8)$$

目的は、式 (1) から解析的に求められる UPO のうち、任意に選ばれた $\tau (\geq 1)$ 周期の UPO の各不安定周期点 $\mathbf{p}^\xi \in R^m (\xi=1, 2, \dots, \tau)$ に、状態 $\mathbf{x}(k)$ を安定化することである。ここで、ストレンジアトラクタにおける \mathbf{p}^ξ の例として、二次元のカオス力学系であるエノン写像のストレンジアトラクタと不安定 2 周期点およびその近傍領域を図 1 に示す。

いま、 $n(k)=0$ とした式 (5) に対して、OGY 法や PFC 法を用いてカオス制御系を設計した後、 $n(k)$ の存在する実際の系に適用することを考える。このとき、 $n(k)$ の影響で、カオス軌道やフィードバック制御量の計算に誤差を生じる問題がある^[34]。DFC 法を同様に用いる場合、式 (1) が奇数条件を満たすときは適用できない^[14,15]。さらに、系の自由度 m や $\mathbf{x}(0)$ などの条件により、線形近似に基づく OGY 法、PFC 法や DFC 法はカオス制御に時間を要する場合がある^[35]。

そこで、外乱 $n(k)$ を有するカオス力学系に対し、SMC を用いたカオス制御法を提案する。

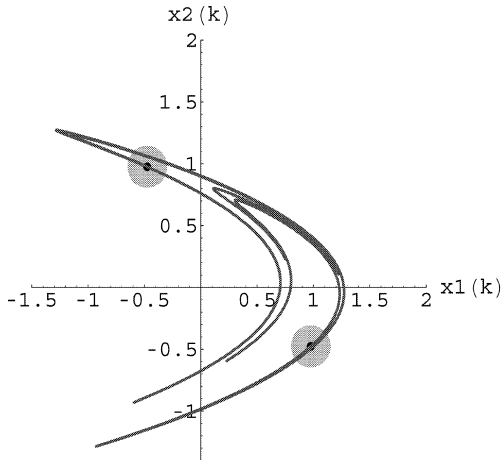


図1 不安定二周期点およびその近傍領域の例
Figure 1 Example of unstable two periodic points and regions near them.

制御系設計法とその安定性・ロバスト性を述べた後、提案手法と既存の手法のいくつかを用いた数値実験結果の比較を行い $n(k)$ の影響や $u(k)$ の振舞いを考察する。

3. システムの状態に基づく従来のカオス制御

5 節の数値実験において提案手法と比較するため用いる既存の手法として、系の状態に基づくフィードバック量を用いる手法である Pyragas の DFC 法^[13] と潮らの PPFC 法^[16] について述べる。

3.1 時間遅延フィードバック制御

式 (9) で表される離散時間システムに対する DFC の制御入力は、 τ 時刻過去の状態と現在の状態との差に基づく外部入力である^[13]。

$$u(k) = \begin{cases} K_D(\mathbf{x}(k-\tau) - \mathbf{x}(k)) & \text{if } r(k) < \varepsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 $K_D \in R^{l \times m}$ はフィードバックゲイン行列であり、 $r(k)$ は τ 時刻過去の状態と現在の状態の差に基づくベクトルのノルムで、式 (10) で表される。

$$r(k) = \|\mathbf{x}(k-\tau) - \mathbf{x}(k)\| \quad (10)$$

ε は τ 周期の UPO の各周期点近傍を示す十分に小さな正の実数であり、制御入力 $u(k)$ は各周期点近傍においてのみ印加する^[10,13]。この方法では、UPO の各周期点近傍における線形化システム行列が、1 よりも大きな実固有値を奇数個もつ場合に、元の対象とするシステムを安定にするゲイン K_D が存在しない (奇数条件) ことが知られている^[14,15]。図 2 に DFC の構成図を示す。

3.2 予測に基づくフィードバック制御

式 (11) で表される PFC の制御入力は、 τ 時刻未来の状態の予測値と現在の状態との差に基づいて決定する^[16]。

$$u(k) = \begin{cases} K_P(\hat{\mathbf{x}}(k+\tau) - \mathbf{x}(k)) & \text{if } r(k) < \varepsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

ここで、 $K_P \in R^{l \times m}$ はフィードバックゲイン行列、そして $\hat{\mathbf{x}}(k+\tau)$ は、既知の数学モデル $f(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k))$ を $\mathbf{u}(k)=0$ として τ 回繰り返して用いた τ 時刻未来の状態の予測値で、式 (12) のように表すことができる。

$$\hat{\mathbf{x}}(k+\tau) = \underbrace{f \circ \dots \circ f}_{\tau \text{ times}}(\mathbf{x}(k), \mathbf{0}) = f^\tau(\mathbf{x}(k), \mathbf{0}) \quad (12)$$

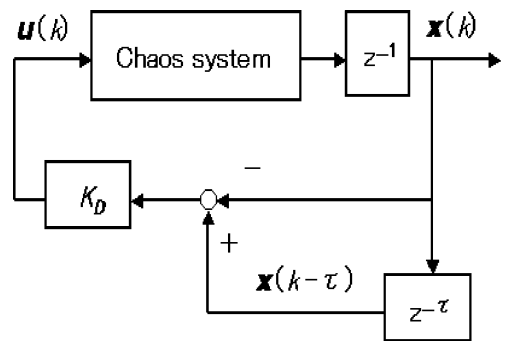


図2 時間遅延フィードバック制御の構成図
Figure 2 Block flow diagram of the delayed feedback control.

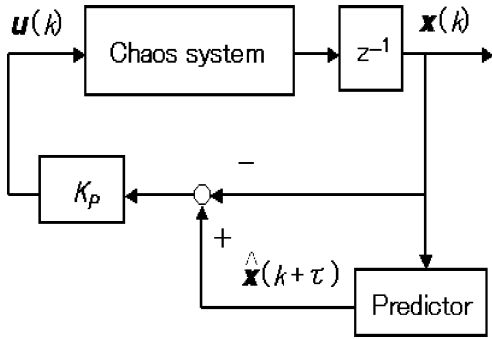


図3 予測に基づくフィードバック制御の構成図
Figure 3 Block flow diagram of the prediction-based feedback control.

式 (11) に示すように、この制御入力を DFC と同様に、目標の UPO の各周期点近傍においてのみ印加する^[16]。図3に PFC の構成図を示す。

4. 提案手法

SMC を用いて設計する $u(k)$ としては、 $\mathbf{x}(k)$ を \mathbf{p}^{ξ} 近傍に遷移させる入力を $u_{sv}(k)$ 、 $\mathbf{x}(k)$ を \mathbf{p}^{ξ} に安定化させる入力を $u_{rg}(k)$ とする。

周期 $\tau=1$ のときの \mathbf{p}^{ξ} すなわち不安定不動点のうち、ストレンジアトラクタ内に位置する不動点を $\mathbf{q}^{\zeta} \in R^m (\zeta=1, 2, \dots, \nu)$ とする。 $\mathbf{x}(k)$ が各周期の UPO の近傍に接近し離れていく中で、「 τ 周期の UPO の各 \mathbf{p}^{ξ} と比較して、 $\mathbf{x}(k)$ は ν 個の \mathbf{q}^{ζ} 近傍に頻繁に訪れ、それらの近傍領域 (Region 1) に暫く存在する。そして、 \mathbf{q}^{ζ} の周辺には τ 個の \mathbf{p}^{ξ} のうち少なくとも一つは存在する。」と仮定する。 $u_{sv}(k)$ は、 $\mathbf{x}(k)$ が \mathbf{p}^{ξ} 近傍にないとき、 $\mathbf{x}(k)$ が \mathbf{p}^{ξ} を追従するように設計する \mathbf{q}^{ζ} 近傍の線形化系に基づく入力である。そして、 $u_{rg}(k)$ は、 $\mathbf{x}(k)$ が \mathbf{p}^{ξ} の近傍領域 (Region 2) に在るときに用いる線形化系に基づく入力である。これらのサーボ制御入力を、系の状態が存在する領域に基づき式 (13) のように切換えて用いる。

$$u(k) = \begin{cases} u_{sv}(k) & \text{if } \mathbf{x}(k) \in \text{Region 1} \\ u_{rg}(k) & \text{if } \mathbf{x}(k) \in \text{Region 2} \end{cases} \quad (13)$$

提案手法は過去の状態 $\mathbf{x}(k-\tau)$ に基づかないので、奇数条件の制約を受けることはない。

以下、4.1 節で $u_{rg}(k)$ 、4.2 節で $u_{sv}(k)$ について述べる。そして、4.3 節で $u_{rg}(k)$ と $u_{sv}(k)$ を用いた安定化法を説明する。

4.1 状態を不安定周期点に安定化する制御入力

$u_{rg}(k)$ は、 $\mathbf{x}(k)$ が各 $\mathbf{p}^{\xi} (\xi=1, 2, \dots, \tau)$ 近傍に在るときに用いる。 $\mathbf{x}(k)$ が、ある \mathbf{p}^{ξ} の近傍に在るとき、この \mathbf{p}^{ξ} を \mathbf{p}_k と定める。もし、 $\mathbf{x}(k)$ が \mathbf{p}^{τ} の近傍にあるなら、 $\{\dots, \mathbf{p}_{k-1}, \mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}, \dots, \mathbf{p}_{k+\tau-1}, \mathbf{p}_{k+\tau}, \dots\}$ は、サイクリックに各々 $\{\dots, \mathbf{p}^{\tau-1}, \mathbf{p}^{\tau}, \mathbf{p}^1, \dots, \mathbf{p}^{\tau-1}, \mathbf{p}^{\tau}, \dots\}$ に対応する。 $\mathbf{x}(k)$ と \mathbf{p}_k の誤差ベクトルを式 (14) のように $\mathbf{e}(k) \in R^m$ とする。

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{p}_k \quad (14)$$

このとき、 \mathbf{p}_k 近傍における式 (5) の線形化系は式 (6)、式 (7) より式 (15) となる。

$$\mathbf{e}(k+1) = \Phi(\mathbf{p}_k) \mathbf{e}(k) + \mathbf{b}\{u_{rg}(k) + n(k)\} \quad (15)$$

よって、 $k \rightarrow \infty$ で $\mathbf{x}(k) \rightarrow \mathbf{p}_k$ すなわち $\mathbf{e}(k) \rightarrow \mathbf{0}$ となるように $u_{rg}(k)$ を設計すると、各 \mathbf{p}^{ξ} 近傍における周期係数行列を持つ線形化系に対するレギュレータ問題となる。

係数横ベクトルを式 (16) の $\mathbf{S} \in R^{1 \times m}$ とし、切換関数を式 (17) の $\sigma(k) \in R$ とする。

$$\mathbf{S} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_m] \quad (16)$$

$$\sigma(k) = \mathbf{S} \mathbf{e}(k) \quad (17)$$

$n(k)=0$ で、切換超平面 $\sigma(k)=0$ 上にあるとき $\mathbf{e}(k)$ が原点 $\mathbf{e}(k)=\mathbf{0}$ に近づき、 $\sigma(k) \neq 0$ のときは $\mathbf{e}(k)$ が $\sigma(k)=0$ に向かうようにするため、 $u_{rg}(k)$ は式 (18) のように等価制御入力 $u_{rg}^{eq}(k)$ と切換制御入力 $u_{rg}^{nl}(k)$ との和で構成する。

$$u_{rg}(k) = u_{rg}^{eq}(k) + u_{rg}^{nl}(k) \quad (18)$$

$u_{rg}^{eq}(k)$ は、 $\sigma(k)=0$ のとき $\mathbf{e}(k) \rightarrow \mathbf{0}$ となるように作用させる。そして、 $u_{rg}^{nl}(k)$ は、 $\sigma(k) \neq 0$ のとき $\mathbf{e}(k)$ が有限時間内に $\sigma(k)=0$ に到達するように $u_{rg}^{eq}(k)$ と共に用い、 $\sigma(k)=0$ のとき $u_{rg}^{nl}(k)=0$ となるようにする。各 \mathbf{p}_k 近傍において $u_{rg}(k)$ を用いたサーボ系を設計する。

4.1.1 等価制御入力的设计

$\mathbf{e}(k)$ が切換超平面 $\sigma(k)=0$ 上にあるとき、 $\sigma(k)=\sigma(k+1)=\sigma(k+2)=\dots$ であるので、 $n(k)=0$ とした式 (15) と式 (17) より式 (19) が成り立つ。

$$\sigma(k+1)=S\{\Phi(\mathbf{p}_k)\mathbf{e}(k)+\mathbf{b}u_{rg}^{eq}(k)\}=S\mathbf{e}(k) \quad (19)$$

$S\mathbf{b}$ を正則とすると、 $u_{rg}^{eq}(k)$ は式 (20) となる。

$$u_{rg}^{eq}(k)=-(S\mathbf{b})^{-1}S(\Phi(\mathbf{p}_k)-I)\mathbf{e}(k) \quad (20)$$

4.1.2 切換制御入力的设计

$u_{rg}^{nl}(k)$ は $\sigma(k)$ の符号に依存する切換入力であるので、式 (21) のようにおく。

$$u_{rg}^{nl}(k)=-(\alpha(k)+\beta)\text{sgn}[\sigma(k)] \quad (21)$$

ここで、スカラー関数 $\alpha(k) > 0$ である。 β はチャタリング抑圧を担うパラメータで、式 (22) のように N_{\max} 以上の値とする。

$$|n(k)| \leq N_{\max} \leq \beta \quad (22)$$

そして、 $\mathbf{e}(k)$ が $\sigma(k)=0$ を越えないよう $\sigma(k)=0$ 上に到達する条件は、式 (23) となる^[22]。

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < \sigma(k)\sigma(k+1) \\ \text{and} \\ \left\{ \begin{array}{ll} 0 < \sigma(k+1) < \sigma(k) & \text{if } \sigma(k) > 0 \\ \sigma(k) < \sigma(k+1) < 0 & \text{if } \sigma(k) < 0 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (23)$$

式 (15), (17), (18), (20) より、 $\sigma(k)$ は式 (24) のダイナミクスを持つ。

$$\sigma(k+1)=\sigma(k)+S\mathbf{b}\{u_{rg}^{nl}(k)+n(k)\} \quad (24)$$

$0 < S\mathbf{b}$ とすると、式 (21), (22), (23), (24) より式 (25) の関係が得られる。

$$-|\sigma(k)|+S\mathbf{b}\alpha(k)<0 \quad (25)$$

したがって、式 (21), (25) より、 $u_{rg}^{nl}(k)$ はゲインを $0 < \eta_{rg} < 1$ とすると式 (26) となり、 $\mathbf{e}(k)$ が $\sigma(k)=0$ 上にあるとき大きさは 0 となる。

$$u_{rg}^{nl}(k)=-\left(\eta_{rg}\frac{|\sigma(k)|}{S\mathbf{b}}+\beta\right)\text{sgn}[\sigma(k)] \quad (26)$$

4.1.3 制御系の安定性

全ての状態 $\mathbf{e}(k)$ が $\sigma(k)=0$ に到達することを示すため、 $\sigma(k)$ の差分 $\Delta\sigma(k)$ を式 (27) で、リアプノフ関数とその差分を式 (28) と式 (29) で定義する。

$$\Delta\sigma(k+1)=\sigma(k+1)-\sigma(k) \quad (27)$$

$$V(k)=\frac{1}{2}\sigma^2(k) \quad (\sigma(k) \neq 0) \quad (28)$$

$$\Delta V(k+1)=V(k+1)-V(k) \quad (29)$$

式 (27), (28), (29) より、到達条件は式 (30) となる。

$$2\sigma(k)\Delta\sigma(k+1)+\{\Delta\sigma(k+1)\}^2<0 \quad (30)$$

式 (24), (27) から式 (31) の関係が得られ、式 (30) は式 (32) となる。

$$\Delta\sigma(k+1)=S\mathbf{b}\{u_{rg}^{nl}(k)+n(k)\} \quad (31)$$

$$2\sigma(k)S\mathbf{b}\{u_{rg}^{nl}(k)+n(k)\}+(S\mathbf{b})^2\{u_{rg}^{nl}(k)+n(k)\}^2<0 \quad (32)$$

$0 < S\mathbf{b} < 1$ とすると、式 (22), (26), (32) から、 $\sigma(k) > 0$ のとき式 (33) が、 $\sigma(k) < 0$ のとき式 (34) が成り立つ。

$$\begin{aligned} & 2\sigma(k)S\mathbf{b}\{-\alpha(k)-\beta+n(k)\} \\ & + (S\mathbf{b})^2\{-\alpha(k)-\beta+n(k)\}^2 \\ & \leq 2\sigma(k)S\mathbf{b}\{-\alpha(k)-\beta+\beta\} \\ & + (S\mathbf{b})^2\{-\alpha(k)-\beta+\beta\}^2 \\ & = -2\eta_{rg}\sigma^2(k)+\eta_{rg}^2\sigma^2(k) < 0 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & -2|\sigma(k)|S\mathbf{b}\{\alpha(k)+\beta+n(k)\} \\ & + (S\mathbf{b})^2\{\alpha(k)+\beta+n(k)\}^2 \\ & \leq -2|\sigma(k)|S\mathbf{b}\{\alpha(k)+\beta-\beta\} \\ & + (S\mathbf{b})^2\{\alpha(k)+\beta-\beta\}^2 \\ & = -2\eta_{rg}|\sigma(k)|^2+\eta_{rg}^2|\sigma(k)|^2 < 0 \end{aligned} \quad (34)$$

式 (33), (34) から, 式 (35) の関係が得られ, $0 < \eta_{rg} < 2$ の範囲で到達条件は満たされる。

$$-2\eta_{rg} + \eta_{rg}^2 = (-2 + \eta_{rg}) \eta_{rg} < 0 \quad (35)$$

式 (26) より, $0 < \eta_{rg} < 1$ のとき $\mathbf{e}(k)$ は式 (23) の条件を満たして $\sigma(k)=0$ に片側から漸近的に近づきチャタリングを生じない。よって, $1 < \eta_{rg} < 2$ のときは $\sigma(k+1)\sigma(k) < 0$ となり, $\mathbf{e}(k)$ はチャタリングしながら漸近安定となる。また, $\eta=1$ のときは有限整定を意味し, $n(k)=0$ ならば $\sigma(k+1)=0$ となる。

4.1.4 制御系のロバスト性

$n(k)$ の影響を考える。式 (24), (26) より, $\sigma(k+1)$ は式 (36) となる。

$$\sigma(k+1) = S\mathbf{b}\{n(k) \mp \beta\} + (1 - \eta_{rg})\sigma(k) \quad (36)$$

ただし, $0 < \sigma(k)$ のとき $-\beta$, $\sigma(k) < 0$ のとき $+\beta$ とする。 $0 < S\mathbf{b} < 1$ であるから式 (22) より, $0 < \sigma(k)$ のとき 式 (36) の右辺第一項には式 (37) の関係がある。

$$-2S\mathbf{b}\beta \leq S\mathbf{b}\{n(k) - \beta\} \leq 0 \quad (37)$$

式 (36) において $\eta_{rg} = \eta$, そして式 (37) において $2S\mathbf{b}\beta = N$ とおく。 $0 < \eta < 1$ とし, $k=0$ から式 (36) を繰り返し用いると, 式 (37) より式 (38) の関係が得られる。

$$\begin{aligned} -N + (1-\eta)\sigma(0) &\leq \sigma(1) \leq (1-\eta)\sigma(0) \\ -\{1 + (1-\eta)\}N + (1-\eta)^2\sigma(0) &\leq \sigma(2) \leq (1-\eta)^2\sigma(0) \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \\ -\frac{1-(1-\eta)^{k+1}}{\eta}N + (1-\eta)^{k+1}\sigma(0) &\leq \sigma(k+1) \leq (1-\eta)^{k+1}\sigma(0) \end{aligned} \quad (38)$$

不等式 (38) の左辺第一項は等比数列の和となっており, $0 < 1-\eta < 1$ なので $k \rightarrow \infty$ のとき $(1-\eta)^k \rightarrow 0$ となる。よって, $0 < \sigma(k)$ のとき式 (36) の $\lim_{k \rightarrow \infty} \sigma(k)$ は式 (42) の範囲に収束する。

$$-\frac{1-0}{\eta}N + 0 = -\frac{N}{\eta} \leq \sigma(\infty) \leq 0 \quad (39)$$

同様に, $\sigma(k) < 0$ のとき式 (36) の右辺第一項

には式 (40) の関係があり式 (41) が得られ, $\sigma(k) < 0$ のとき式 (36) は式 (42) の範囲に収束する。

$$0 \leq S\mathbf{b}\{n(k) + \beta\} \leq 2S\mathbf{b}\beta \quad (40)$$

$$\begin{aligned} (1-\eta)^{k+1}\sigma(0) &\leq \sigma(k+1) \\ &\leq \frac{1-(1-\eta)^{k+1}}{\eta}N + (1-\eta)^{k+1}\sigma(0) \\ 0 &\leq \sigma(\infty) \leq N/\eta \end{aligned} \quad (41) \quad (42)$$

状態ベクトル $\mathbf{e}(k)$ の切換超平面 $\sigma(k)=0$ からの偏差は, 式 (24) の $\sigma(k)$ と同じダイナミクスをもつ。よって, η を $0 < \eta < 1$ の安定な範囲で大きく取ると $\mathbf{e}(k)$ の偏差は減少し, 雑音に対してロバストになる。

4.2 状態を不安定不動点近傍から不安定周期点近傍に遷移させる制御入力

$\mathbf{x}(k)$ が \mathbf{q}^ξ のひとつの近傍にあり, また何れの $\mathbf{p}^\xi (\xi=1, 2, \dots, \tau)$ から離れているとき, この \mathbf{q}^ξ を \mathbf{q}_k と定める。このとき, $\mathbf{x}(k)$ の最も近くにある \mathbf{p}^ξ を \mathbf{p}_k , 次の時刻の状態 $\mathbf{x}(k+1)$ の最も近くにある \mathbf{p}^ξ を \mathbf{p}_{k+1} として定める。

$u_{sv}(k)$ は, $\mathbf{x}(k)$ が各 \mathbf{q}_k 近傍に在るときに用い, $\mathbf{x}(k)$ を \mathbf{p}_{k+1} に近づける入力である。 \mathbf{q}_k は式 (43) の条件を満たす \mathbf{q}^ξ として, \mathbf{p}_k と \mathbf{p}_{k+1} は式 (44) と式 (45) の条件を満たす \mathbf{p}^ξ として求める。

$$\min_{\xi=1, 2, \dots, \tau} \{\|\mathbf{x}(k) - \mathbf{q}^\xi\|\} \quad (43)$$

$$\min_{\xi=1, 2, \dots, \tau} \{\|\mathbf{x}(k) - \mathbf{p}^\xi\|\} \quad (44)$$

$$\min_{\xi=1, 2, \dots, \tau} \{\|\hat{\mathbf{x}}(k+1) - \mathbf{p}^\xi\|\} \quad (45)$$

$\hat{\mathbf{x}}(k+1) \in R^m$ は $u_{sv}(k)$ の量を小さくするために用いる $\mathbf{x}(k+1)$ の予測値で, 式 (5) が短期予測可能性を有することを用いており, 式 (46) で定義される。

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k)) \quad (46)$$

式 (46) は PFC 法で用いられ^[16], 筆者らの研究においても実験によって有効性が示された^[18, 19, 35]。

$\mathbf{x}(k)$ と \mathbf{q}_k の誤差ベクトルを式 (47) のように

$\bar{x}(k) \in R^m$ とすると, q_k 近傍における式(5)の線形化系は式(6), 式(7)より式(48)となる。

$$\bar{x}(k) = x(k) - q_k \quad (47)$$

$$\bar{x}(k+1) = \Phi(q_k)\bar{x}(k) + b\{u_{sv}(k) + n(k)\} \quad (48)$$

$k \rightarrow \infty$ で $\bar{x}(k) \rightarrow p_k - q_k$ となるように $u_{sv}(k)$ を設計するため, 誤差ベクトル $e(k)$ を式(44)から得られる p_k と式(47)を用いて式(49)で定めると, 式(14)と同一となる。

$$e(k) = \bar{x}(k) - (p_k - q_k) = x(k) - p_k \quad (49)$$

よって, $\sigma(k)$ としては式(17)を用いる。式(18)と同様に, $u_{sv}(k)$ は式(50)のように等価制御入力 $u_{sv}^{eq}(k)$ と切換制御入力 $u_{sv}^{nl}(k)$ との和で構成する。

$$u_{sv}(k) = u_{sv}^{eq}(k) + u_{sv}^{nl}(k) \quad (50)$$

各 q^{ξ} において $u_{sv}(k)$ を設計し, $x(k)$ を p_{k+1} に追従させる。

追従目標の p^{ξ} が $\xi = \tau = 1$ で不安定不動点のひとつであるとき, 各 q_k において設計した $u_{sv}(k)$ を用い $x(k)$ を $p_{k+1} = p_{k+2} = \dots$ に追従させることになる。さらに, $q_k = q_{k+1} = \dots = p_{k+1} = p_{k+2} = \dots$ であるとき, 次項以降にその設計法を述べる式(50)の $u_{sv}(k)$ は, 式(18)の $u_{rv}(k)$ と完全に一致する。

4.2.1 等価制御入力の設計

$u_{sv}^{eq}(k)$ により $e(k)$ がスライディングモードにあると, $\sigma(k) = \sigma(k+1) = \sigma(k+2) = \dots$ となる。 $n(k) = 0$ とすると, 式(17), 式(27), (48), (49), (50)より, q_k 近傍では式(51)がなりたつ。

$$\Delta\sigma(k+1) = S\{(\Phi(q_k) - I)\bar{x}(k) - (p_{k+1} - p_k) + Sb u_{sv}^{eq}(k)\} \quad (51)$$

$\Delta\sigma(k+1) = 0$ であるから, Sb を正則とし $\Delta p_{k+1} = p_{k+1} - p_k$ とおくと, $u_{sv}^{eq}(k)$ は式(52)となる。

$$u_{sv}^{eq}(k) = -(Sb)^{-1}S\{(\Phi(q_k) - I)\bar{x}(k) - \Delta p_{k+1}\} \quad (52)$$

4.2.2 切換制御入力の設計

$u_{sv}^{eq}(k)$ と同時に作用させ $|\Delta\sigma(k+1)| < |\Delta\sigma(k)|$ を保証する $u_{sv}^{nl}(k)$ は, リアプノフ関数法を用い漸近安定条件から導出する。 $n(k) = 0$ として, 式(17), (27), (48), (49), (50), (52)より, 式(53)の関係を得る。

$$\Delta\sigma(k+1) = Sb u_{sv}^{nl}(k) \quad (53)$$

式(27), (28), (29), (53)より漸近安定条件は式(54)となる。

$$Sb u_{sv}^{nl}(k)\{Sb u_{sv}^{nl}(k) + 2\sigma(k)\} < 0 \quad (54)$$

$0 < Sb$ で正則とすると, $0 < \sigma(k)$ のとき式(55), そして $\sigma(k) < 0$ のとき式(56)がなりたつ。

$$-2(Sb)^{-1}\sigma(k) < u_{sv}^{nl}(k) < 0 \quad (55)$$

$$0 < u_{sv}^{nl}(k) < -2(Sb)^{-1}\sigma(k) \quad (56)$$

よって, 式(54)を満たす $u_{sv}^{nl}(k)$ は, 式(57)となる。

$$u_{sv}^{nl}(k) = -\eta_{sv}(Sb)^{-1}\sigma(k) \quad (0 < \eta_{sv} < 2) \quad (57)$$

4.2.3 制御系のロバスト性

式(17), (47), (48), (49), (50), (52), (57)より, $q_{k+1} = q_k$ とすると, q_k 近傍において $\sigma(k+1)$ は式(58)で表される。

$$\sigma(k+1) = Sb n(k) + (1 - \eta_{sv})\sigma(k) \quad (58)$$

$0 < Sb < 1$ のとき, 式(22)より式(58)において式(59)の関係がある。

$$-Sb N_{\max} \leq Sb n(k) \leq Sb N_{\max} \quad (59)$$

式(58)で $\eta_{sv} = \eta$, 式(59)で $Sb N_{\max} = N_m$ とおく。 $0 < \eta < 2$ のとき $|1 - \eta| < 1$ であるから, $k=0$ から式(58)を繰り返し用いる。式(59)より $\lim_{k \rightarrow \infty} \sigma(k+1)$ は式(60)のように収束し, $e(k)$ の偏差は減少する。

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1-(1-\eta)^{k+1}}{\eta}N_m+(1-\eta)^{k+1}\sigma(0) \\
 & \leq \sigma(k+1) \\
 & \leq \frac{1-(1-\eta)^{k+1}}{\eta}N_m+(1-\eta)^{k+1}\sigma(0) \\
 & \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 & -N_m/\eta \leq \sigma(\infty) \leq N_m/\eta
 \end{aligned} \tag{60}$$

4.3 系のカオス性を用いた安定化法

$u_{rg}(k)$ と $u_{sv}(k)$ を切替えるための条件のパラメータを設定する。 $\varepsilon^{\xi}(\xi=1, 2, \dots, \tau)$ を \mathbf{p}^{ξ} 近傍の大きさとし, $\|\mathbf{x}(k)\|$ の最大値から定める。 $\tau \geq 2$ のとき, τ 個の \mathbf{p}^{ξ} 近傍領域が共通部分を持たないよう式 (61) の条件を満たすように設定する。

$$\begin{cases} \varepsilon^{\xi} = a^{\xi} X_{\max} \quad (\xi=1, 2, \dots, \tau; a^{\xi} \ll 1) \\ \varepsilon^i + \varepsilon^j < \|\mathbf{p}^i - \mathbf{p}^j\| \quad (i, j=1, 2, \dots, \tau; i \neq j) \end{cases} \tag{61}$$

$\tau=1$ のときは, 式 (61) の上式のみ用いる。そして, $\delta^{\zeta}(\zeta=1, 2, \dots, \nu)$ を \mathbf{q}^{ζ} 近傍の大きさとし, 式 (62) を用いて設定する。

$$\begin{cases} \delta^{\zeta} = b^{\zeta} X_{\max} \quad (\zeta=1, 2, \dots, \nu; b^{\zeta} < 1) \\ \delta^s + \delta^t < \|\mathbf{q}^s - \mathbf{q}^t\| \quad (s, t=1, 2, \dots, \nu; s \neq t) \\ \varepsilon^v + \delta^{\zeta} > \|\mathbf{p}^v - \mathbf{q}^{\zeta}\| \quad (v=1, 2, \dots, \gamma^v) \end{cases} \tag{62}$$

δ^{ζ} も $\|\mathbf{x}(k)\|$ の最大値から定め, $\nu \geq 2$ のとき, ν 個の \mathbf{q}^{ζ} 近傍領域は共通部分を持たない。 $\nu=1$ のときは, 式 (62) の第一式と第三式を用いる。各 \mathbf{q}^{ζ} 近傍領域に対し, \mathbf{p}^{ξ} 近傍領域のうち $\gamma^{\zeta} \in \{1, 2, \dots, \tau\}$ 個は共通部分を持つ。ここで, \mathbf{p}^{ξ} のうちの γ^{ζ} 個を \mathbf{p}^v で, その近傍の大きさを ε^v で表している。式 (61), (62) の条件を満たす $\mathbf{p}^{\xi}, \mathbf{q}^{\zeta}$ とそれらの近傍の採り方の例として, エノン写像の不安定 2 周期点とその近傍(濃色), 不安定不動点とその近傍(淡色)を図 4 に示す。

式 (5) の $u(k)$ を, 式 (14), (18), (47), (50), (61), (62) と $\varepsilon^{\xi}, \delta^{\zeta}$ を用いて式 (63) のように設計し, 各条件に基づき切替える。

$$u(k) = \begin{cases} u_{rg}(k) & \text{if } \|\mathbf{e}(k)\| < \varepsilon_k \\ & \left\{ \begin{array}{l} \|\mathbf{e}(k)\| \geq \varepsilon_k \\ \text{and} \\ \|\bar{\mathbf{x}}(k)\| < \delta_k \\ \text{and} \\ |u_{sv}(k)| < L \end{array} \right\} \\ u_{rg}(k) & \text{if } \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{63}$$

ここで, ε_k と δ_k は各々 \mathbf{p}_k 近傍と \mathbf{q}_k 近傍の大きさとする。 L は, $u_{sv}(k)$ の適用を決める閾値であり式 (64) で定め, 系が不安定になるのを避けるために用いる。

$$L = lX_{\max} \quad (l \ll 1) \tag{64}$$

まとめると以下ようになる。ある初期値から出発した式 (1) の $\mathbf{x}(k)$ が, カオス制御開始時に目標とする UPO の \mathbf{p}^{ξ} 近傍には居ないが, 時間平均と集合平均が等しいという特徴のエルゴード性により, カオス系の \mathbf{q}^{ζ} の何れかの近傍に在るとする。このとき, リアプノフ指数^[17]により知ることのできる短期予測可能性を用いて操作量が大きくならないように設計した $u_{sv}(k)$ を印加する。 $\mathbf{x}(k)$ を \mathbf{p}_{k+1} 方向に移動させることを繰り返す, 各 \mathbf{p}^{ξ} へ追従させる。そして, 到達した各 \mathbf{p}^{ξ} の近傍において $u_{rg}(k)$ を印加し, $\mathbf{x}(k)$ を各 \mathbf{p}_k に追従させ, $\mathbf{x}(k)$ を UPO 上に安定化する。一方, エルゴード性により $\mathbf{x}(k)$ が目標とする UPO に接近し, 制御開始時に \mathbf{p}^{ξ} の何れかの近傍に在るときは, $u_{rg}(k)$ のみを用いる。

5. シミュレーション

数値実験の対象として, $x_1(k) \in R$ と $x_2(k) \in R$ を系の状態とする二次元離散時間カオス系のエノン写像に, カオス制御入力 $u(k) \in R$ と外乱 $n(k) \in R$ を付加した式 (65) を用いた。

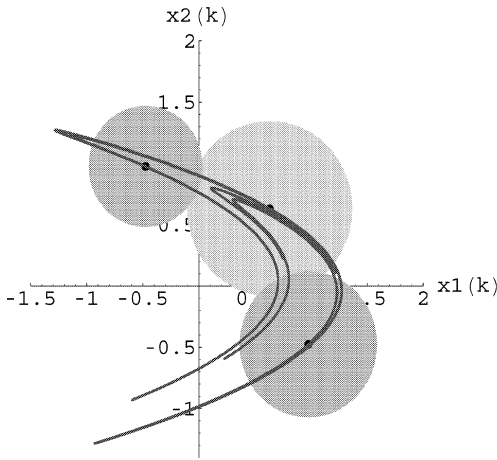


図4 不安定二周期点，不安定不動点およびそれらの近傍領域の例

Figure 4 Example of unstable two periodic points, the unstable fixed point, and regions near them.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 - 1.4x_1^2(k) + 0.3x_2(k) \\ x_1(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \{u(k) + n(k)\} \quad (65)$$

$u(k)=0, n(k)=0$ としたときの式 (65) の不動点を $\mathbf{q}=0.63135 \times [1, 1]^T$ ，不安定2周期点を $\mathbf{p}^1 = [p^1, p^2]^T$ と $\mathbf{p}^2 = [p^2, p^1]^T$ とした。 $p^1=0.9758$ ， $p^2=-0.4758$ である。以下すべての実験において，時刻 $k=20$ から制御を開始した。すなわち， $k < 20$ において $u(k)=0, n(k)=0$ である。

5.1 外乱が存在しない場合のカオス制御

はじめに，外乱が存在しないときに提案手法を用いカオス制御を行った。 $\mathbf{p}^1, \mathbf{p}^2$ 近傍の各大きさを $\varepsilon^1=\varepsilon^2=0.02$ ， \mathbf{q} 近傍の大きさを $\delta=0.7$ ，閾値を $L=0.12$ とした。 $S=[1-0.2]$ とし， $\eta_{rg}=0.2, \beta=0$ とした $u_{rg}(k)$ と $\eta_{sv}=0.9$ とした $u_{sv}(k)$ を用い， $n(k)=0$ とした式 (65) の状態ベクトルを $\mathbf{p}^1, \mathbf{p}^2$ に安定化した。図5は，式 (65) の状態ベクトルと不安定2周期点との誤差ベクトルの第一成分 $e_1(k)$ とその時間差分 $\Delta e_1(k)$

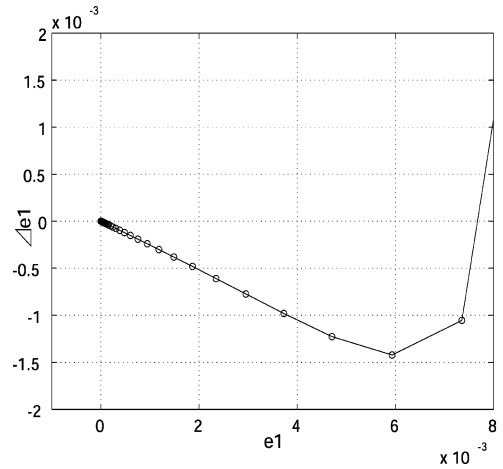


図5 SMCによるカオス制御における誤差ベクトルの第一成分 $e_1(k)$ とその時間差分 $\Delta e_1(k)$ による相空間ベクトル $\Delta e_1(k)$ のスライディングモード

Figure 5 Sliding mode of the phase vector $\Delta e_1(k)$ using both the first element of error vector $e_1(k)$ and its time difference $\Delta e_1(k)$ in chaos control using SMC.

$=e_1(k)-e_1(k-1)$ によるベクトル $\Delta e_1(k)=[\Delta e_1(k) \ e_1(k)]^T$ の相空間における軌跡を示している。 $\Delta e_1(k)$ はチャタリングを起こさずにスライディングモードが発生しており， $u_{sv}(k)$ と $u_{rg}(k)$ の切換えは上手く機能している。このときの $x_1(k)$ と $u(k)$ の時間 k に対する変化を図6と図7に示す。 $k=23$ で $u_{sv}(k)$ が印加され， $k=28$ で $u_{rg}(k)$ に切換わり， $k=30$ 付近で2周期軌道になっていた。UPOに安定後 $u(k)$ の大きさが殆ど0になっており，カオス制御が実行されたことがわかる。

提案手法との比較のため，DFC法，PFC法，そして両手法のハイブリッドである筆者らのP-DFC法^[18,19,35]を用いて同様な実験を行った。各手法とも，式 (65) の \mathbf{p}^1 と \mathbf{p}^2 近傍における線形化系に基づき $u(k)$ を求めた^[10,14,16,18]。印加条件は式 (63) の $u_{rg}(k)$ の場合を用い， $\varepsilon^1=\varepsilon^2=0.02$ とした。DFC法を用いたときの $x_1(k)$ と $u(k)$ の振舞いを図8と図9に，さらにPFC法およびP-DFC法を用いた各実験の結果を図

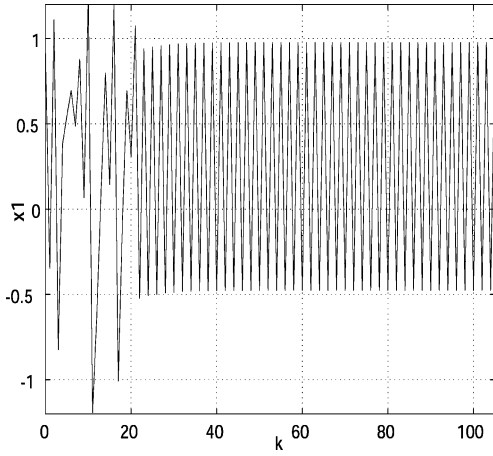


図6 SMCによるカオス制御における状態 $x_1(k)$ の振る舞い

Figure 6 Behavior of the state $x_1(k)$ in chaos control using SMC.

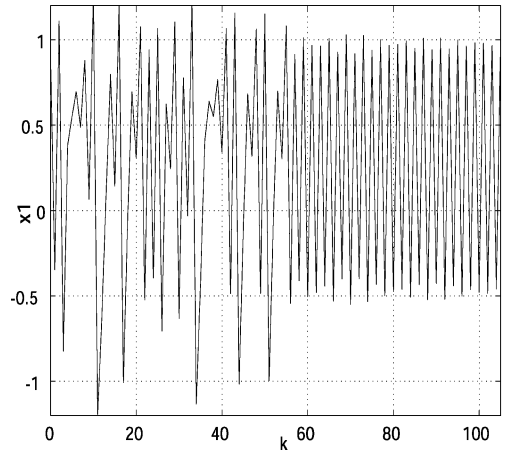


図8 DFCによるカオス制御における状態 $x_1(k)$ の振る舞い

Figure 8 Behavior of the state $x_1(k)$ in chaos control using DFC.

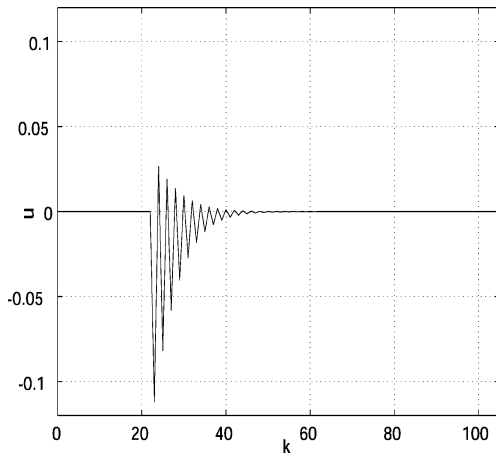


図7 SMCによるカオス制御における制御入力 $u(k)$ の振る舞い

Figure 7 Behavior of the control input $u(k)$ in chaos control using SMC.

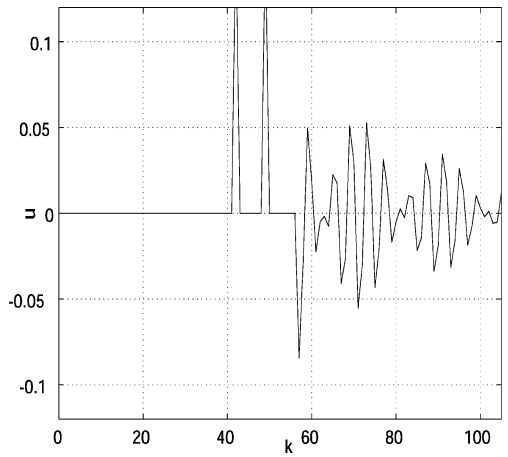


図9 DFCによるカオス制御における制御入力 $u(k)$ の振る舞い

Figure 9 Behavior of the control input $u(k)$ in chaos control using DFC.

10と図11および図12と図13に示す。DFC法を用いた場合は $k=60$ 付近で2周期軌道になっており、PFC法とP-DFC法を用いた場合は $k=50$ 付近で2周期軌道になっているが、同じ条件の下で提案手法が一番早く安定化できている。このとき、大きさ $\delta=0.7$ の q 近傍で

$u_{sv}(k)$ を実行しているが、その操作量が大きくならないように抑えられており、 $u_{sv}(k)$ の設計に式 (46) の予測値 $\hat{x}(k+1)$ を用いた効果が示された。

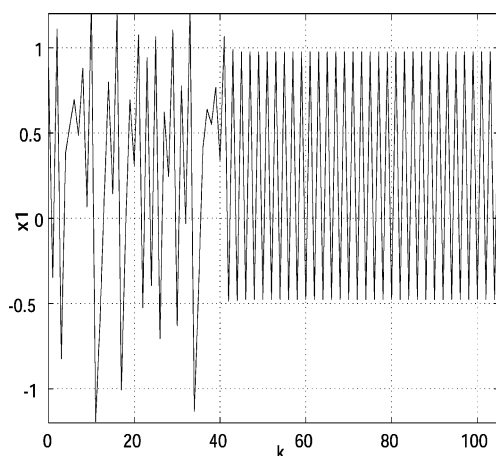


図 10 PFC によるカオス制御における状態 $x_1(k)$ の振る舞い

Figure 10 Behavior of the state $x_1(k)$ in chaos control using PFC.

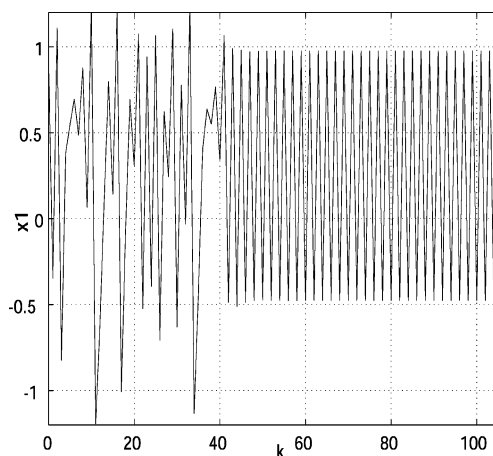


図 12 P-DFC によるカオス制御における状態 $x_1(k)$ の振る舞い

Figure 12 Behavior of the state $x_1(k)$ in chaos control using P-DFC.

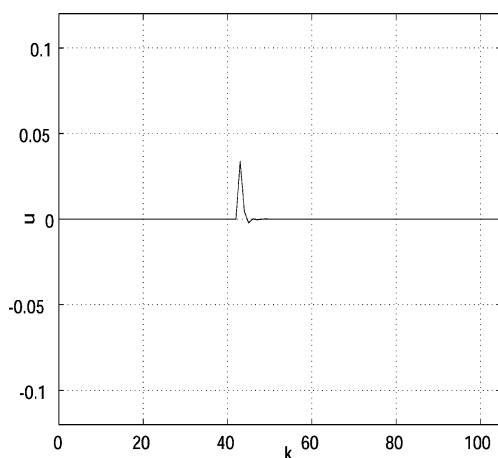


図 11 PFC によるカオス制御における制御入力 $u(k)$ の振る舞い

Figure 11 Behavior of the control input $u(k)$ in chaos control using PFC.

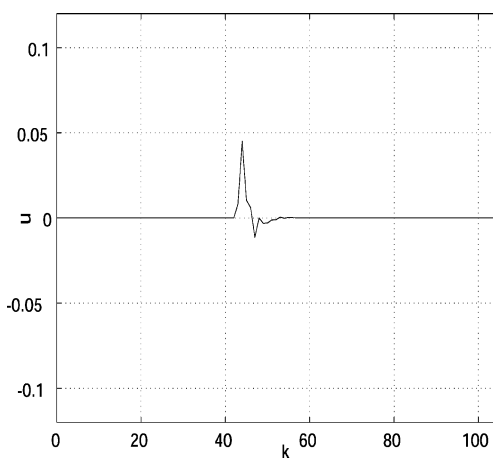


図 13 P-DFC によるカオス制御における制御入力 $u(k)$ の振る舞い

Figure 13 Behavior of the control input $u(k)$ in chaos control using P-DFC.

5.2 外乱が存在する場合のカオス制御

つぎに, $n(k)=0.01 \sin(2 \pi k / 6)$ として, 提案手法を用いカオス制御を行った。 $\beta=0.01$ に変更し, 他のパラメータは前節 5.1 と同じにした。 $x_1(k)$ および $u(k)$ の振る舞いを図 14 および図

15 に示す。図 6 および図 7 との比較より, $n(k)=0$ のときと同様に, 式 (65) を 2 周期軌道に安定化できている。

比較のため, DFC 法, PFC 法, そして P-DFC 法を用い, 5.1 節と同様に実験を行った。各実験結果の $x_1(k)$ および $u(k)$ を, 図 16 および図 17

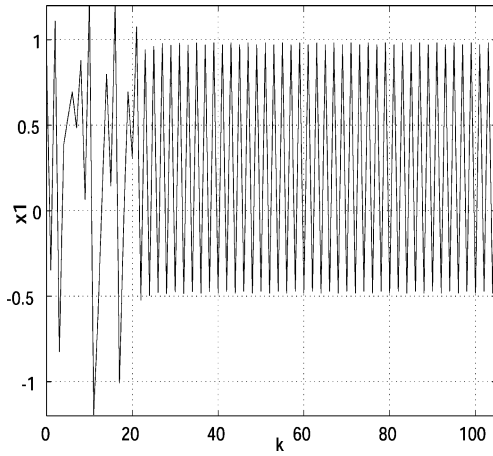


図 14 SMC によるカオス制御における状態 $x_1(k)$ の振る舞い ($n(k)$ が存在する場合)

Figure 14 Behavior of the state $x_1(k)$ in chaos control using SMC ($n(k)$ exists).

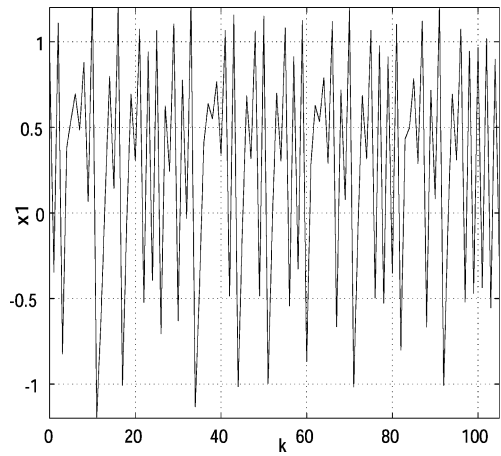


図 16 DFC によるカオス制御における状態 $x_1(k)$ の振る舞い ($n(k)$ が存在する場合)

Figure 16 Behavior of the state $x_1(k)$ in chaos control using DFC ($n(k)$ exists).

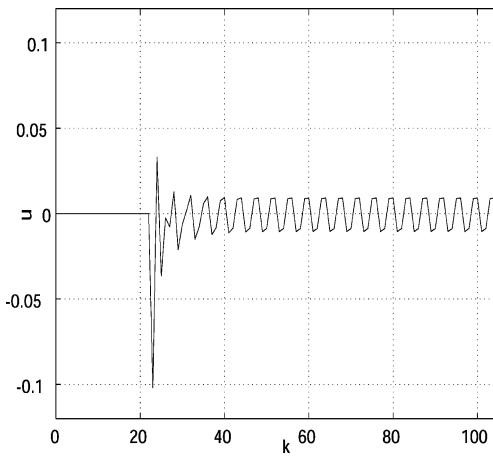


図 15 SMC によるカオス制御における制御入力 $u(k)$ の振る舞い ($n(k)$ が存在する場合)

Figure 15 Behavior of the control input $u(k)$ in chaos control using SMC ($n(k)$ exists).

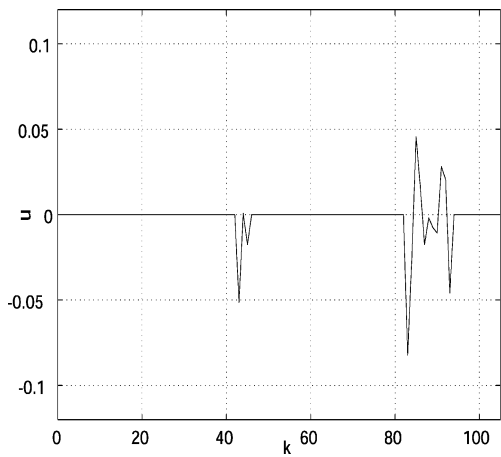


図 17 DFC によるカオス制御における制御入力 $u(k)$ の振る舞い ($n(k)$ が存在する場合)

Figure 17 Behavior of the control input $u(k)$ in chaos control using DFC ($n(k)$ exists).

と図 18 および図 19, そして図 20 および図 21 に示す。どの場合も, $n(k)=0$ のときと違い安定化できなくなっている。よって, 提案手法は, 他の従来の手法より, $n(k)$ に対しロバストな傾向があると実験からは云えた。

線形化における制御系の近似誤差が原因と考

えられるが, 従来の 3 手法ともに, $\varepsilon^k (\xi=1, 2)$ をもっと大きく取ると, $n(k)=0$ のときでも安定化できなかった。一方, 提案手法を用いた場合は, ε^k をさらに大きく取っても, 超平面への切換え制御によって安定可能であった。よって, 提案手法はカオス力学系のモデルの不確かさに

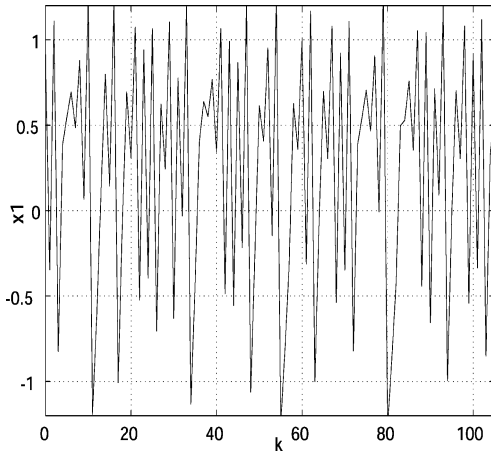


図 18 PFC によるカオス制御における状態 $x_1(k)$ の振る舞い ($n(k)$ が存在する場合)

Figure 18 Behavior of the state $x_1(k)$ in chaos control using PFC ($n(k)$ exists).

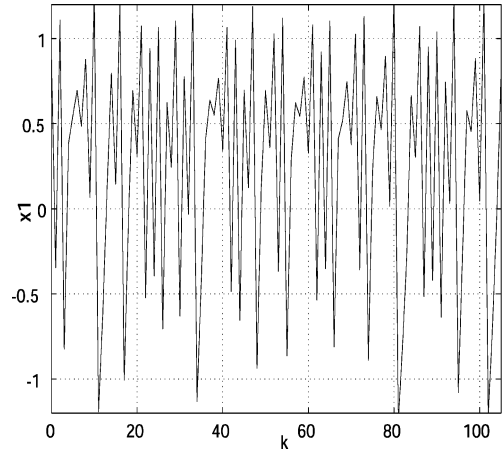


図 20 P-DFC によるカオス制御における状態 $x_1(k)$ の振る舞い ($n(k)$ が存在する場合)

Figure 20 Behavior of the state $x_1(k)$ in chaos control using P-DFC ($n(k)$ exists).

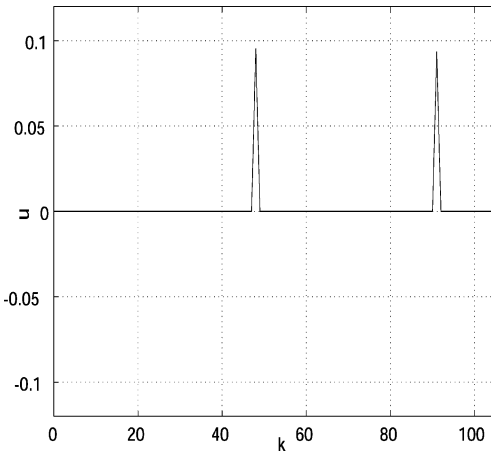


図 19 PFC によるカオス制御における制御入力 $u(k)$ の振る舞い ($n(k)$ が存在する場合)

Figure 19 Behavior of the control input $u(k)$ in chaos control using PFC ($n(k)$ exists).

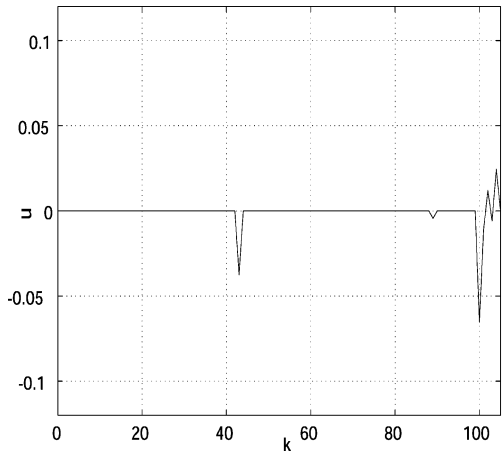


図 21 P-DFC によるカオス制御における制御入力 $u(k)$ の振る舞い ($n(k)$ が存在する場合)

Figure 21 Behavior of the control input $u(k)$ in chaos control using P-DFC ($n(k)$ exists).

対してもロバストな傾向があると考えられ、 $\mathbf{p}^{\#}$ 近傍領域（不安定周期領域^[36]）が他の 3 手法に比べて広く設定できることも分かった。

したがって、 $n(k)$ が存在するようなカオス力学系における線形近似に基づくカオス制御では、従来手法より本手法が有効であると実験結

果からはいえる。

6. おわりに

制御入力に外乱を有する離散時間カオス力学系に対するサーボ制御法として、SMC を用い

た手法を提案した。小さな操作量で、かつ安定を早められるように、系のカオス性を用いてサーボ制御系を設計した。提案手法と従来の手法を用いた数値実験結果の比較からは、提案手法が広くカオス制御に有効であるといえた。現在、厳密な数学モデルの代わりにファジィモデルのような近似モデルに対して本手法を適用した未知カオス系に対するカオス制御法を研究している^[37]。

参考文献

- [1] 合原一幸(編著): 応用カオス, サイエンス社, 1994.
- [2] R. Roy, T.W. Murphy, Jr, T.D. Maier, Z. Gills, and E.R. Hunt: "Dynamical Control of a Chaotic Laser: Experimental Stabilization of a Globally Coupled System," *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 68, No. 9, pp. 1259-1262, 1992.
- [3] E.R. Hunt: "Stabilizing High-Period Orbits in a Chaotic System: The Diode Resonator," *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 67, pp. 1953-1955, 1991.
- [4] T. Endo and L.O. Chua: "Synchronizing Chaos from Electronic Phase-Locked Loops," *International Journal of Bifurcation & Chaos*, Vol. 1, No. 3, pp. 701-710, 1991.
- [5] T. Endo and L.O. Chua: "Synchronization of Chaos in Phase-locked Loops," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol. 38, No. 12, pp. 1580-1588, 1991.
- [6] C.W. Wu and L.O. Chua: "Synchronization in an Array of Linearly Coupled Dynamical Systems," *IEEE Trans. on Circuits and Systems, I*, Vol. 42, pp. 430-447, 1995.
- [7] Y. Wang, J. Singer, and H.H. Bau: "Controlling Chaos in a Thermal Convection Loop," *J. Fluid Mech.*, Vol. 237, pp. 479-498, 1992.
- [8] 合原一幸: カオス学入門, 放送大学教育振興会, 2001.
- [9] A. Garfinkel, M.L. Spano, W.L. Ditto, and J.N. Weiss: "Controlling Cardiac Chaos," *Science*, Vol. 257, No. 5074, pp. 1230-1235, 1992.
- [10] 潮 俊光: カオス制御, カオス全書, 第4巻, 朝倉書店, 1996.
- [11] E. Ott, C. Grebogi, and J.A. Yorke: "Controlling chaos," *Physical Review Letters*, Vol. 64, No. 11, pp. 1196-1199, 1990.
- [12] B. Peng, V. Petrov, and K. Showalter: "Controlling Low-Dimensional Chaos by Proportional Feedback," *Physica A*, Vol. 188, pp. 210-216, 1992.
- [13] A. Kittel, J. Parisi, and K. Pyragas: "Delayed Feedback Control of Chaos by Self-adapted Delayed Time," *Physica Letter A*, Vol. 198, pp. 433-436, 1995.
- [14] T. Ushio: "Limitation of Delayed Feedback Control in Nonlinear Discrete-time Systems," *Trans. IEEE on Circ. Sys. I*, Vol. 43, pp. 815-816, 1996.
- [15] H. Nakajima and Y. Ueda: "Limitation of Generalized Delayed Feedback Control," *Physica D*, Vol. 111, pp. 143-150, 1998.
- [16] T. Ushio and S. Yamamoto: "Prediction-based Control of Chaos," *Physica Letter A*, Vol. 264, pp. 30-35, 1999.
- [17] 合原一幸, 池口 徹, 山田泰司, 小室元政: カオス時系列解析の基礎と応用, 産業図書, 2000.
- [18] 清水能理, 山中雄一郎, 宮崎道雄, 李 義頓, 李相球, 秋月影雄: 状態予測に基づくDFC法によるカオス制御, 電学論C, Vol. 122-C, No. 6, pp. 972-979, 2002.
- [19] M. Miyazaki, S.G. Lee, S.H. Lee, and K. Akiyuki: "A Chaos Control Method by DFC Using State Prediction," *International Journal of Fuzzy Logic & Intelligent Systems*, Vol. 3, No. 1, pp. 1-6, 2003.
- [20] 野波健蔵, 西村秀和, 平田光男: MATLABによる制御系設計, 東京電機大学出版局, 1998.
- [21] 吉田和夫, 野波健蔵, 小池裕二, 横山 誠, 西村秀和, 平田光男, 大川一也, 高橋正樹, 藤井飛光: 運動と振動の制御の最前線, 機械工学最前線1, 共立出版社, 2007.
- [22] 野波健蔵, 田 宏奇: スライディングモード制御—非線形ロバスト制御の設計理論—, コロナ社, 1994.
- [23] 秋月影雄, 多田富美雄: VSSにおけるすべり動作の動特性, 計測自動制御学会論文集, Vol. 15, No. 3, pp. 128-129, 1979.
- [24] H.T. Yau, C.K. Chen, and C.L. Chen: "Sliding Mode Control of Chaotic Systems with Uncertainties," *International Journal of Bifurcation & Chaos*, Vol. 10, No. 5, pp. 1139-1147, 2000.
- [25] X. Yu: "Tracking Inherent Periodic Orbits in Chaotic Dynamic Systems Via Adaptive Time Delayed Self-control," *Proc. IEEE Int. Conf. on Decision Control*, Vol. 1, pp. 401-405, San Diego, CA, 1997.

- [26] G.Chen and X.Yu: "On Time-delayed Feedback Control of Chaotic Systems," *IEEE Trans. on Circuits & Systems-I: Fundamental Theory & Applications*, Vol. 46, No. 6, pp. 767-772, 1999.
- [27] X. Yu: "Tracking Inherent Periodic Orbits in Chaotic Dynamic Systems Via Adaptive Variable Structure Time-delayed Self Control," *IEEE Trans. on Circuits & Systems-I: Fundamental Theory & Applications*, Vol. 46, No. 11, pp. 1408-1411, 1999.
- [28] G.Chen, ed.: *Controlling Chaos and Bifurcations in Engineering Systems*, pp. 260-262, CRC Press LLC, Boca Raton, Florida, USA, 2000.
- [29] K. Furuta: "Sliding Mode Control of a Discrete System," *System & Control Letters*, Vol. 14, pp. 145-152, 1990.
- [30] Y.C. Chan: "Servo-systems with Discrete-variable Structure Control," *System & Control Letters*, Vol. 17, pp. 321-325, 1991.
- [31] 合原一幸: カオス, サイエンス社, 1990.
- [32] 合原一幸, 五百旗頭正: カオス応用システム, 朝倉書店, 1995.
- [33] A.S.I. Zinober: *Deterministic Control of Uncertain System*, Peter Reregrinus Ltd., 1990.
- [34] Y. Shimizu, M. Miyazaki, H. Lee, S. Lee, and K. Akizuki: "A Control Method for Unknown Chaotic Systems," *Proc. of ICCAS*, pp. 683-686, 2001.
- [35] 清水能理, 宮崎道雄, 李 義頡, 秋月影雄: 未知システムに対する DFC と PFC とのハイブリッド型カオス制御, 電学論 C, Vol. 123, No. 1, pp. 26-33, 2003.
- [36] 結城健太, 難波 雪, 宮崎道雄: 三次元未知システムのカオス制御, 電学論 C, Vol. 119-C, No. 6, pp. 684-690, 1999.
- [37] Y. Shimizu, M. Miyazaki, H.H. Lee, and K. Akizuki: "A Chaos Control Method for Unknown Discrete-time Systems Using Linear Sliding Mode Control," *Proc. of ICEE*, Vol. 1, pp. 182-185, 2004.