

グラフの筆数が2であるための一つの 十分条件について

大 川 知

On a Sufficient Condition Ensuring that the Stroke Number of a Graph is Two

Satoshi OKAWA

Abstract

We obtain a sufficient condition ensuring that the stroke number of a graph is two, that is;
For a graph $G=(V, E)$ with $2k(>2)$ odd vertices, if the degree of every vertex of G is
greater than or equal to $\frac{1}{2}|V|$, then $s(G)=2$, where $s(G)$ is the stroke number of G .

1. はじめに

与えられた図形，グラフをできるだけ少ない筆数で描くという問題については，既に文献(1)などで述べられている。本稿では，グラフが二筆書き可能であるための一つの十分条件を与える。すなわち，次の定理を証明する。

[定理] 奇数次数の点の個数が $2k(>2)$ である連絡グラフ $G=(V, E)$ について，すべての点の次数が $\frac{1}{2}|V|$ 以上であれば， G の筆数 $s(G)$ は，2である。

本節の残りでは，必要な定義等を簡単に述べる。詳細については，文献(1)を参照されたい。

グラフ $G=(V, E)$ のすべての枝を丁度1回だけ通る小道が存在するとき， G は一筆書き可能であるといい，そのようなグラフを(準)オイラーグラフという。 G が一筆書き可能であるための必要十分条件として， G が連結であり奇

数次数の点が2個以下であることが知られている。

グラフ $G=(V, E)$ の一筆書き分解とは， $E = \bigcup_{i=1}^k E_i$ を満たすような一筆書き可能な G の部分グラフ $S_i=(V_i, E_i)$ の集合 $\Sigma=\{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ である。

G の一筆書き分解のうちで最小個数の部分グラフからなるものを，最小分解といい，その個数を G の筆数 (stroke number) といい， $s(G)$ と表わす。

グラフの筆数について，次のような問題が考えられる。

[問題1] グラフ G が与えられたとき， G の筆数 $s(G)$ を求めよ。

[問題2] グラフ G の筆数が k であるための必要十分条件を求めよ。

問題1について，可能なすべての場合を調べることによって必ず求めることができるのは明らかであるが，効率の良い方法は知られていな