

# 次数 3 以下のグラフに対する制約のあるスパンニングツリーの存在判定について

大 川 知

## On the Spanning Tree Problems with Restrictions for the Graphs of the Degree at Most Three

Satoshi OKAWA

### Abstract

Many problems concerning circuit and network design are formulated in graph theory. They are very important and considered to be difficult combinatorial problems to solve. In fact, most of them are known to be NP-complete.

We define the spanning tree problem with minimum leaves, that is, the problem to decide whether or not, for a graph  $G$  as input, there exists a spanning tree with at most  $k$  leaves. We show this problem is NP-complete even if  $G$  is restricted to be a graph of the degree at most three.

### 1. はじめに

大規模な回路やネットワークの解析においてグラフが盛んに用いられるようになっている。特に、スパンニングツリーを利用した解析が行なわれることが多く、後の処理に便利なスパンニングツリーを求めることが望まれる。例えば、高さの低い木や、単純な形の木であれば、並列処理が可能であったり、処理が容易になるという場合もある。

前者の場合は、木の高さをある値以下にするとか、葉の数をある値以上にするというような条件をつけてスパンニングツリーを求める問題と考えられる。後者の場合は、木の単純さをどのようにして表わすかという問題が初めに生じるが、道が一番単純な木であると考えられるから、道に近いものほど単純であるとして、葉の数が少ないものを求めるという形に定式化する

ことができる。

本稿では、最小の葉をもつスパンニングツリーを求める問題について考察し、この問題が  $NP$  完全であることを道の両端を指定したハミルトン道問題<sup>2)</sup>が、この問題に多項式時間で変換できることによって示す。さらに、入力グラフを次数 3 以下に制限しても  $NP$  完全であることも示す。

葉の数を最大にする問題は、既に  $NP$  完全であることが知られている<sup>2)</sup>ので、葉の数に関して対照的な本稿の問題も  $NP$  完全であるということは興味深い結果である。

### 2. 準 備

本節では、本稿において必要となる基本的な事項について簡単に説明する（詳細は文献 1), 2)などを参照されたい）。次に、本稿で考察する問題に関する定義等を与え、最後に、いくつかの既知の事項を命題として述べる。

---

平成 3 年 10 月 15 日受理

＊電気工学科助教授