

平面ひずみまたは平面応力における 横波の位相速度

穂 山 和 男*

The phase velocity of transverse wave for plane strain or plane stress

Kazuo AKIYAMA

Abstract

In this paper, an exact phase velocity of the problem is given in the case of a beam of rectangular section, of which the breadth is great or small compared with the depth, so that the problem is virtually one of plane strain or of plane stress.

1. はじめに

本論文は、二次応力状態における正確な横波の位相速度を求める式を誘導する。

2. 位相速度を求める式の誘導

まず平面ひずみの場合について考える。

x, y, z 軸方向の変位を u, v, w として w は一定とする。

弾性論から次の式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + 2\mu)\nabla^2 \Delta + \rho p^2 \Delta &= 0 \\ \mu \nabla^2 \omega + \rho p^2 \omega &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \\ \omega &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \lambda, \mu &: \text{ラーメの定数} \end{aligned}$$

ρ : 材料の密度

p : 円振動数

(1) 式の解 u, v , を次のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} u &= (A \sinh my + B \sinh ny) \\ &\quad \exp \{i(ax - pt)\} \\ v &= (-i) \left(A \frac{m}{a} \cosh my + B \frac{n}{a} \cosh ny \right) \\ &\quad \exp \{i(ax - pt)\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで

$$m = \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2}$$

$$n = \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_2}\right)^2}$$

$V = \frac{p}{\alpha}$: 横波の位相速度

$$V_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

α : 波動伝播定数

$$i = \sqrt{-1}$$

t : 時間座標

A, B : 定数

平成 3 年 10 月 15 日受理

* 土木工学科助教授