

# グラフの最小筆数について

大 川 知\*

## On the Minimum Stroke Numbers of Graphs

Satoshi OKAWA

### Abstract

The eulerian cycle problem is one of the most famous graph problems and it is well-known to us that a graph  $G$  is eulerian iff it has no vertices with odd degrees.

We study a new extension of eulerian property in this paper. We define the stroke number of a graph  $G$ ,  $\mathcal{S}(G)$ , which is the minimum number of  $k$  such that the edge set  $E$  of  $G$  is a union of trails  $S_1, S_2, \dots, S_k$  in  $G$ , and determine the stroke numbers for some graph families:

- i) for complete graphs,  $\mathcal{S}(K_{2n})=2$ ,  $\mathcal{S}(K_{2n+1})=1$ ,
- ii) for complete bipartite graphs,

$$\mathcal{S}(K_{2m, 2n})=1, \mathcal{S}(K_{2m, 2n+1})=\mathcal{S}(K_{2m+1, 2m+1})=2, \mathcal{S}(K_{1, n})=\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \quad (K_{1, n} \text{ is a tree}),$$

- iii) for wheel graphs,  $\mathcal{S}(W_n)=2$  and

- iv) for trees,  $\mathcal{S}(T)=\left\lceil \frac{1}{2}L(T) \right\rceil$  where  $L(T)$  is the number of leaves in  $T$ .

### 1. はじめに

計算機の大型化高速化が進み、大規模な計算が可能になっているが、組合せ問題には良い解法がなくて、最終的にはすべての場合について調べてみるというしらみつぶし法でしか解けない問題がたくさん存在する。グラフ理論の中で定式化され、考察されてきた問題に、今日の大規模計算機をもってしても通常の意味では解けないようなものが多い。例えば、交通網における最適経路選定問題、最適な郵便局配置問題、代表の選定問題などがあげられる。身近なゲームの中にも、すべての道を一回だけ通ってもとの所に戻ってくるという一筆書き問題は、いわゆるオイラーグラフ問題で、きわめて容易に解くことができるが、すべての都市を一度ずつ訪問して戻ってくるという世界一周問題は、ハミルトングラフ問題と言われ、現在のところ、

一般的解法としては、しらみつぶし法しか知られていない問題である。

また、計算機は従来、その名の通り計算をするものであって、答は数字の羅列ということが多かったが、最近では、周辺装置の充実により、数値データをグラフや図面で見ることができるようになっている。そのような周辺装置の一つに、XYプロッタのようなペンを上下させながら、図を描いたり字を書いたりする装置がある。図や字を書くときに、ペンを下し、必要なだけペンを走らせ、ペンを上げ、次に書く位置までペンを動かし、またペンを下げるという動作を繰り返していく。このとき、いわゆる筆順というものにはこだわらずに、なるべくペンの上下の回数を減らすようにして書いている。

XYプロッタが図などを描くときに、同じ線を2度では通らないという制約を課しているが、本稿では、この制約を取り除いたら、どの位ペン上下の回数を抑えることができるかという問題について、グラフの問題として定式化して考

平成元年 10 月 31 日 受理

• 電気工学科助教授