

# ビジュアルフィードバックによる倒立振子の制御に関する研究

松坂知行\*・浜平賢一\*\*

## Control of an Inverted Pendulum Using Visual Feed Back Technique

Tomoyuki MATSUZAKA\* and Yoshikazu MIYAGI\*\*

### Abstract

An inverted pendulum is widely used as a learning equipment for modern control theory. In most cases, the sensors for position of the moving part and angle of the pendulum are types of contact style such as rotary encoders or sliding resistors. However, these types of sensors have essentially friction and prevent smooth motion of the inverted pendulum. Hence, in this paper, a camera is used as the sensor which traces the circular markers of the moving part and the tip of the pendulum, and by image processing technique, precise centers of each markers are calculated and the position of the moving part and the angle of the pendulum are obtained. Based on these values the control of the inverted pendulum was realized. This paper presents control strategy and the method of image processing technique.

**Keywords:** inverted pendulum, visual feed back, optimal control

### 1. ま え が き

倒立振子は、制御理論の学習用モデルとして適しているため、いろいろな機材が開発されている。一般的な倒立振子は、1次元方向に台車が移動し、台車の上に立てられた振子を倒立させるものが多い。また、台車の位置、振子の角度センサーには、ロータリーエンコーダ、ポテンショメータなどの電氣的センサー専ら用いられている。なお、最近では台車が自律的に移動して振子を倒立させるものも現れているが、センサーには電氣的センサーを用いている。一方、人間が倒立操作を行う場合には、このような接触型センサーによるのではなく、視覚により角度を検出し、倒立操作を行っていることは経験的

に知られるところである。本稿では、振子の先端と台車の位置を接触型センサーではなく、カメラで追跡しビジュアルフィードバックで倒立制御を行う実験を試みた。

以下、本システムの構成、制御方法、実験結果について述べる。

### 2. システム構成

図1は全体のシステムの構成である。システムは、倒立振子、振子の先端部と台車の位置を追跡するカメラ、カメラで計測した画像を処理するパソコンPC1、倒立振子を制御するパソコンPC2から構成される。パソコンPC1とパソコンPC2の間はLANで結ばれている。二つのパソコンを用いた理由は、それぞれ画像処理と倒立制御を分け、負荷分散させるためである。なお、振子の先端部と台車の中心部には追跡用の円形マーカをつけ、カメラでこのマーカをリ

---

平成17年12月16日受理

\* システム情報工学科・教授

\*\* 大学院工学研究科電気電子専攻博士前期課程・2年

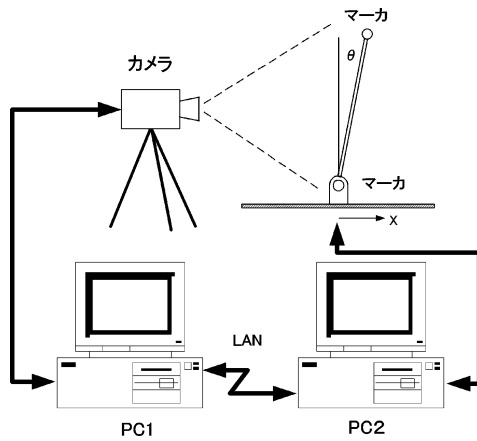


図1 ビジュアルフィードバックの構成

アルタイムで追跡し、円形マーカの中心を算出することによって、振り子の先端と台車の位置を求めるようにした。すなわち、基準位置に対する振り子の先端部の座標を  $(x, y)$  とすると振り子の角度  $\theta$  は以下の式から求められる。

$$\theta = \tan^{-1}(y/x) \quad (1)$$

また、台車の位置は基準位置からの  $x$  座標から求められる。カメラのサンプリング速度は 8.3 ms であるが、マーカの検出、マーカ中心部の演算、座標の演算などの処理を含めると、実質 9 ms 程度である。このため、倒立振り子の制御速度は 10 ms に設定している。

### 3. 倒立振り子の運動方程式<sup>1)</sup>

図2は倒立振り子システムである。また、台車、振り子、床面に働く力の関係を示してある。この図から運動方程式を導くと以下ようになる。

台車の水平方向に関して

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} = F - H \quad (2)$$

振り子の回転方向に関して

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \varepsilon \frac{d\theta}{dt} = V l \sin \theta - H l \cos \theta \quad (3)$$

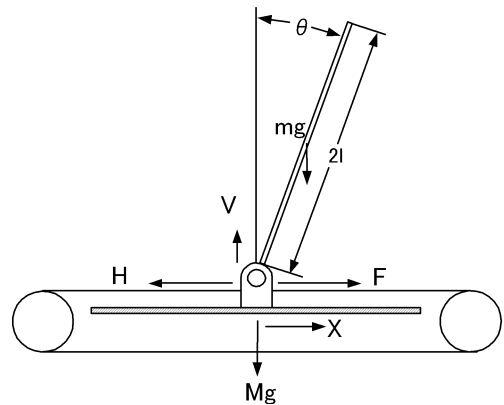


図2 倒立振り子システム

振り子の水平方向に関して

$$m \frac{d^2}{dt^2} (x + l \sin \theta) = H \quad (4)$$

振り子の鉛直方向に関して

$$m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) = V - mg \quad (5)$$

モータの駆動力から

$$F = Gv \quad (6)$$

ここで

- $x$ : 台車の位置
- $\theta$ : 振り子の傾角
- $M$ : 台車の質量
- $m$ : 振り子の質量
- $F$ : 台車に作用する力
- $\mu$ : 床面の摩擦係数
- $J$ : 振り子の重心周りの慣性モーメント
- $l$ : 振り子の重心と支軸間の距離
- $V$ : 振り子の台車の接合部に働く鉛直抗力
- $H$ : 振り子の台車の接合部に働く水平抗力
- $g$ : 重力加速度
- $\varepsilon$ : 振り子の支軸の摩擦係数
- $G$ : 電圧トルク係数
- $v$ : モータ電圧

#### 4. 状態方程式

いま平衡点の近傍で線形近似を行うと

$$\sin \theta \approx \theta, \cos \theta = 1 \quad (7)$$

よって (4), (5) 式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} x + ml \frac{d^2 \theta}{dt^2} = H \quad (8)$$

$$V - mg = 0 \quad (9)$$

となる。以上の関係式から

$$(m+M) \frac{d^2 x}{dt^2} x + \mu \frac{dx}{dt} + ml \frac{d^2 \theta}{dt^2} = Gv \quad (10)$$

$$ml \frac{d^2 x}{dt^2} + (J + ml^2) \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \varepsilon \frac{d\theta}{dt} = mgl\theta \quad (11)$$

が得られる。ここで

$$x_1 = x, x_2 = \theta, x_3 = \frac{dx}{dt}, x_4 = \frac{d\theta}{dt} \quad (12)$$

と置くことにより

$A =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-ml^2 g}{\Delta} & \frac{-\mu(J+ml^2)}{\Delta} & \frac{ml\varepsilon}{\Delta} \\ 0 & \frac{(m+M)mgl}{\Delta} & \frac{ml\mu}{\Delta} & \frac{-\delta(m+M)}{\Delta} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(J+ml^2)G}{\Delta} \\ \frac{-mlG}{\Delta} \end{bmatrix} \quad (14)$$

が得られる。

ここに

$$\Delta = (m+M)J + mml^2 \quad (15)$$

以上の関係から、以下の状態方程式が得られる。

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bv \quad (16)$$

ここで

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \quad (17)$$

#### 5. パラメータ推定

##### 5.1 振子の慣性モーメントの推定

振子の重心周りの慣性モーメント  $J$  は一様な棒であれば  $ml^2/3$  であるが、取付金具、支軸などがあるのでこの式で求めると実際の値と大きく異なる。そこで以下のようにして求めた。

台車に振子を取り付けたまま、振子を下向きにして自由振動させ、先端の動きをカメラで追跡する。このときの振子の周期を  $T_P$  とすると

$$T_P = 2\pi \sqrt{\frac{J + ml^2}{mgl}} \quad (18)$$

が成立するので、これより重心周りの慣性モーメントを求めることができる。

##### 5.2 振子の支軸の摩擦係数の推定

振子の支軸の周りの運動方程式は

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{\varepsilon}{J} \frac{d\theta}{dt} + mgl\theta = 0 \quad (19)$$

で表される。自由振動波形の減衰率を  $\alpha$ 、各波形の振幅を  $x_i$  とすると

$$\alpha = \frac{1}{T_P} \log \frac{x_n}{x_{n+1}} \quad (20)$$

が成立し、これより摩擦係数  $\varepsilon$  は

$$\varepsilon = 2\alpha(J + ml^2) \quad (21)$$

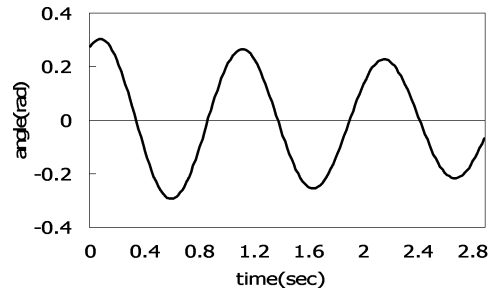


図3 振子の自由振動波形

として得られる。図3に振子の自由振動波形を示す。

### 5.3 モータ駆動系のパラメータ推定

(2), (6) 式からモータの駆動方程式は, (2) 式で  $H=0$  とおき, (6) 式を代入することにより得られる式

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} = Gv \quad (22)$$

から以下の解が得られる。

$$x(t) = \frac{G}{\mu} \left\{ \frac{M}{\mu} (e^{-\frac{\mu}{M}t} - 1) + t \right\} v_0 \quad (23)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{G}{\mu} (1 - e^{-\frac{\mu}{M}t}) v_0 \quad (24)$$

したがってモータに一定電圧  $v_0$  を加えて, 速度が定常値に達したときの値から  $Gv_0/\mu$  が求められる。この値を (23) 式に代入し, 時間  $t_n$  に

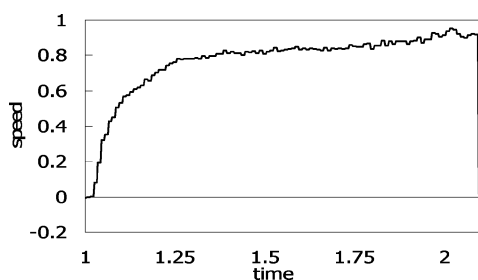


図4 駆動系のシステム同定

表1 倒立振子のパラメータ

倒立振子のシステムのパラメータ		
振子の質量	$m$	0.07 (kg)
振子の重心位置	$l$	0.135 (m)
振子の慣性モーメント	$J$	$1.3 \times 10^{-3}$ (kg.m <sup>2</sup> )
振子の摩擦係数	$\varepsilon$	$2.4 \times 10^{-3}$ (kg.m <sup>2</sup> /s)
台車の質量	$M$	6.42 (kg)
台車の摩擦係数	$\mu$	27.85 (kg/s)
電圧利得	$G$	7.72 (N/V)

対する位置  $x_n$  を代入し, Newton-Raphson 法により  $M/\mu$  の値を求めることができる。図4にモータに一定の電圧を加えたときの結果を示す。

時間  $t_n$ , 位置  $x_n$  に対する  $M/\mu$  の値をいくつか求めて平均すれば妥当な値に近づけることができる。表1は以上の方法で求めたパラメータである。

## 6. 画像認識と計測データの処理

### 6.1 画像認識

本研究では, 画像処理ツール HALCON7.0 を使用した。HALCON を使用する事で画像処理

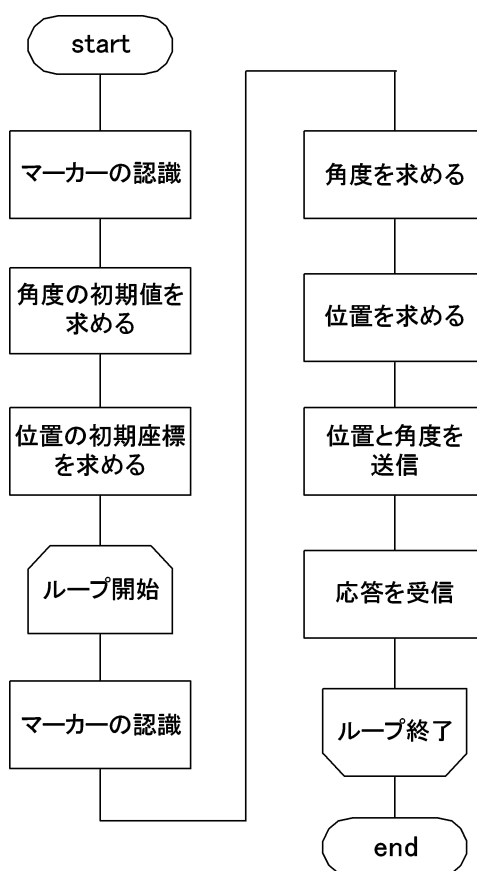


図5 画像処理の概略

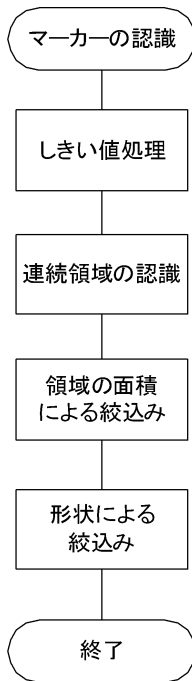


図6 処理のマーカ―認識部分の概略

プログラムの開発が効率よく行えるからである。画像処理の流れを図5, 図6に示す。

マーカ―の認識は、しきい値処理と連続領域の認識によって走査領域を絞り込む。連続領域の絞込みには、8近傍のマスキを使用して連続領域を認識する。次に、認識した領域1つ1つの面積と重心座標を求める。そして、面積による絞込みを行う。次に、残りの領域から真円に近いものをマーカとして認識する。真円度は以下の式で求められる。

$$C = F / \pi r^2 \quad (0 < C < 1) \quad (25)$$

ここで、

$C$ : 真円度

$F$ : 領域の面積

$r$ : 中心から、輪郭までの最大距離

角度の初期値と位置の初期値を求めるのは、カメラ姿勢によるズレを補正するのに使用するためである。また、カメラレンズの歪みについて

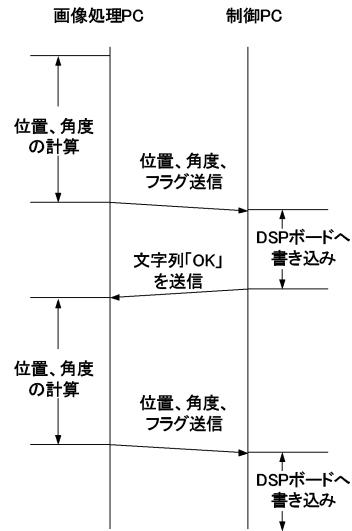


図7 通信の概略

は、最小二乗法により補正を行っている。

## 6.2 計測データの処理

データのやり取りには、WindowsのAPIを使用したソケット通信を用いた。プロトコルはTCPを用いた。画像処理側からは、文字列に変換した位置と角度の値と画像認識の成功か失敗のフラグを送信する。制御側では、文字列を受け取り、それを数値に変換してDSPボードへ書き込む。DSPボードへの書き込みが成功した場合は、「OK」の文字列を画像処理側に送信する。画像処理が失敗した場合や、受信が制御サイクルに間に合わなかった場合は、1ステップ前の値を保持するようにしている。書き込みが失敗した場合は、処理を終了する。通信の流れを図7に示す。

## 6.3 画像取得と画像処理の関係<sup>2)</sup>

画像取得と処理を効率的に行うために、本研究では、画像取得と画像処理は非同期で行っている。非同期での画像取得とは、画像処理をしている間に、次の処理のための画像をバッファするという手法である。つまり、画像取得と画

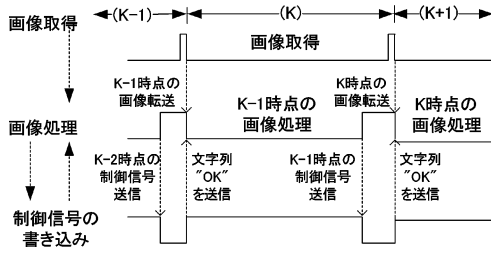


図8 処理全体のタイムフロー

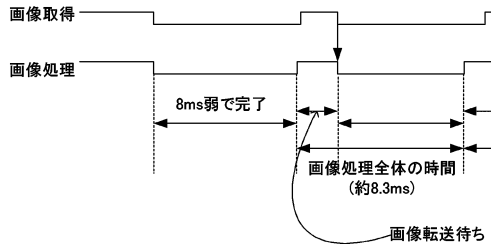


図9 画像取得と画像処理のタイムフロー

像処理は並列処理されていると言える。図8に処理全体のタイムフローを示す。

一連のサイクルは、平均で8.3 msであるが、画像取得の揺らぎと Windows からの割り込みの影響で、最大 10 ms まで処理に時間がかかる場合がある。そのため、制御速度を 10 ms に設定する必要がある。図9に画像取得と画像処理のタイムフローを示す。

## 7. 倒立振子の制御

### 7.1 離散化と利得算出

(16) 式の状態方程式を離散方程式に変換することにより以下の式が得られる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{P}\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}v(k) \quad (26)$$

この系で、速度、角速度は観測されていないので以下の式で近似的に求めた。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &\simeq \frac{x_n - x_{n-1}}{\Delta t} \\ \frac{d\theta}{dt} &\simeq \frac{\theta_n - \theta_{n-1}}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

表2 位置、角度、速度、角速度の利得

$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
-6.6266	-37.1715	-10.6981	-5.6621

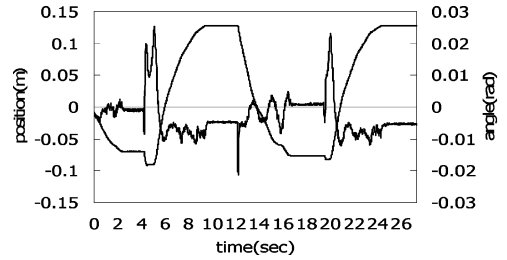


図10 制御結果

また、利得の決定には最適制御法を用いた。  
すなわち  $\mathbf{W}$ ,  $r$  を与えて

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \{ \mathbf{x}(k)^T \mathbf{W} \mathbf{x}(k) + r v(k)^2 \} \quad (28)$$

を最小にするような利得  $\mathbf{K}$  を以下のようにして求める。

$$\mathbf{K} = (r + \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{q})^{-1} \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{P} \quad (29)$$

ここで  $\mathbf{H}$  は Ricatti の方程式

$$\mathbf{H} = \mathbf{W} + \mathbf{P}^T \mathbf{H} \mathbf{P} - \mathbf{P}^T \mathbf{H} \mathbf{q} (\mathbf{r} + \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{q})^{-1} \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{P} \quad (30)$$

の解である。また  $\mathbf{K}$  は

$$\mathbf{K} = (K_1, K_2, K_3, K_4)^T \quad (31)$$

を意味し、位置、角度、速度、角速度の利得である。求められた利得を表2に示す。

### 7.2 制御結果

制御結果を図10に示す。制御サイクルは 10 ms である。図示のとおり倒立制御が実現できた。しかし、一度外乱を加えるとデッドバンドの影響で、台車が零点点へ戻らず、その場に静止してしまう事が分かった。

解決策として、サンプリング速度の向上、またはカルマンフィルタによるソフトウェア的な

補償が考えられる。カルマンフィルタを用いて 1 ステップ先を予測, または, サンプルングを擬似的に倍にすることでより精度の良い制御が出来るのではないかと考えられる。しかし, 現在カメラは 120 fps が最速であるため, ハードウェアによるサンプルング速度の向上は難しいと考えられる。故に, カルマンフィルタによるソフトウェア的な補償についての検討を進めたいと考えている。

## 8. ま と め

以上ビジュアルフィードバックによる倒立振子の制御について述べた。今回は, サンプルング速度が 10 ms だったが, カルマンフィルタを用いてサンプルング速度を擬似的に上げる事で, デッドバンドによる影響を最小限に抑える

手法が考えられる。

今後は, ソフト的な補償についても検討を進めたいと考えている。

## 参 考 文 献

- 1) 松坂知行: 画像追跡センサーを用いた移動型倒立振子の制御, 19/24, 八戸工業大学情報システム工学研究所紀要, 第六巻 (1997)
- 2) 株式会社 LinX 画像システム事業部: HAL-CON 活用法, 185/190, 株式会社 LinX 出版事業部 (2004)
- 3) 梶川, 大場, 猪岡: 画像を用いた移動物体のモデルベースト計測, SICE 第 131 回研究会資料, 資料番号 131-2 (1991)
- 4) 浜平賢一, 松坂知行: ビジュアルフィードバックによる倒立振子の制御, SICE 第 222 回研究会資料, 資料番号 222-1 (2005)