

# 平行四辺形に内接する楕円の 作図に関する覚書

岩 渕 清 行

## To Inscribe a Ellips in a Parallelogram

Seikō IWABUTI

### Abstract

Given a pair of conjugate diameters of an ellipse, to determine the major and minor axes.

### 1. 緒 言

共役直径を与えて楕円の主軸を作図するには有名な Rytz の方法その他がある<sup>1~6)</sup>。

主軸が与えられた時の楕円の作図には、副円法その他多くの方法がある。これらは既知の事として話をすすめる。

土木学会編「製図のかき方」に、学生のための演習として、与えられた平行四辺形に内接する楕円をかけという問題がある<sup>7)</sup>。この場合、各辺の midpoint で丁度内接する楕円を描くのが正解で、初心者はそので交点法(別名平行四辺形法)と呼ばれる楕円作図法を習う。

所で御承知の如く一つの平行四辺形に内接する楕円は無数にある。証明は略すが、それらすべての楕円は、その平行四辺形の二つの対角線の交点を中心にする。そして上記正解の楕円はそれらのうちで面積最大のものである<sup>8)</sup>。

平行四辺形に内接する楕円作図の一般論は、実用的にはあまり意味はないものであるが、以下にそれを覚書として示す。

$H_1H_2H_3H_4$  としこれに内接する楕円を作図することを考える。そのために必要な予備定理を一つ述べる。

今辺  $\overline{H_1H_2}$  上の任意の一点を  $T_1$  とし、 $T_1$  を通り対角線  $\overline{H_1H_3}$  に平行な直線をひき、辺  $\overline{H_2H_3}$  との交点を  $T_2$  とする。

$T_2$  を通り対角線  $\overline{H_2H_4}$  に平行な直線をひき、辺  $\overline{H_3H_4}$  との交点を  $T_3$  とする。

$T_3$  を通り対角線  $\overline{H_3H_1}$  に平行な直線をひき、辺  $\overline{H_4H_1}$  との交点を  $T_4$  とする。当然ながら、直線  $\overline{T_4T_1}$  は対角線  $\overline{H_4H_2}$  に平行である。  
〈定理〉 平行四辺形  $H_1H_2H_3H_4$  に内接する楕円が、もし  $T_1$  を通るならば、かならず  $T_2, T_3, T_4$  の点を通る。

証明は略す<sup>9)</sup>。

この定理によると、平行四辺形  $H_1H_2H_3H_4$  に内接する楕円作図の一般論は、辺  $\overline{H_1H_2}$  上の任意の一点(それを  $T_1$  とした。)を通る内接楕円の作図を述べればよいことがわかる。以下  $T_1$  を通る内接楕円の作図を考えよう。

### 2. 予 備 定 理

図 1 参照。我々は与えられた平行四辺形を、

平成 2 年 10 月 15 日 受理

・ 土木工学科助教授

### 3. 求むる楕円の共役直径の作図

図 1 において、直線  $\overline{T_1T_4}, \overline{T_2T_1}, \overline{T_3T_2}, \overline{T_4T_3}$  が対角線と交わる点を夫々  $S_1, S_2, S_3, S_4$  とする。