

Timoshenko Beam Theory の適用範囲について

穂 山 和 男*

On the Effective Range of Timoshenko Beam Theory

Kazuo AKIYAMA

Abstract

Timoshenko beam theory is investigated on the flexural waves.

1. 結 言

本論文は、高次側の固有関数は横断面方向の第一モードの定常波と横断面方向の第二モードの定常波とから成り立っていることを明らかにしたものである。

2. 解 析

2.1 進行波

定常波は、互いに逆方向の進行波の重ね合せから生じる。例えば曲げだけの場合、単純梁に生じる半波長、一波長等のモード曲線は、棒の長さ l を半波長、一波長等とする互いに逆方向の進行波の重ね合せから生じると考えることができる。したがって、無限に長い棒において長さ l のなかに波(一波長の波)がいくつ含まれてくるかを考えることが必要となる。それを s とすれば

$$s = \frac{l}{\lambda} \quad (1)$$

ここで、 λ は波長である。

2.1.1 長さ l のなかに含まれる波の数 s

s に関する方程式を導くために全たわみ y だけにに関する方程式¹⁾

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + \rho S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \left(\frac{\rho S E I}{k} + \rho I \right) \frac{\partial^4 y}{\partial z^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 S I}{k} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0 \quad (2)$$

を波動方程式と考える。

ここで、 z : 軸方向座標、 ρ : 材料の密度、 S : 横断面の断面積、 E : ヤング率、 I : 断面二次モーメント、 $k = k' G S$ 、 k' : セン断係数、 G : 剛性率、 t : 時間座標
進行波を

$$y = C \exp \{ i(\gamma z - p t) \} \quad (3)$$

とおく。

ここで、 $\gamma = 2\pi/\lambda$: 波動伝播定数、 p : 円振動数、 $i = \sqrt{-1}$ 、 π : 円周率、 C : 定数

(3) 式を (2) 式に代入すると

$$\gamma^4 - (a+1) \frac{p^2}{c_0^2} \gamma^2 + \frac{a p^4}{c_0^4} - \frac{p^2}{c_0^2 R^2} = 0 \quad (4)$$

となる。

ここで、 $a = E/(k' G)$ 、 $c_0 = \sqrt{E/\rho}$ 、 $R = \sqrt{I/S}$

$$\gamma = \frac{2\pi}{l} s \quad (\because \gamma = 2\pi/\lambda, \lambda = l/s) \quad (5)$$

を (4) 式に代入すると、 s に関する式は

$$s^4 - (a+1) \left(\frac{p l}{2\pi c_0} \right)^2 s^2 + \left(\frac{p l}{2\pi c_0} \right)^4 \cdot \left\{ a - \left(\frac{c_0}{p l} \frac{l}{R} \right)^2 \right\} = 0 \quad (6)$$

平成 2 年 10 月 15 日受理

* 土木工学科助教授