

# 沿岸域の波動場解析における透過性構造物の新しい境界条件設定法に関する基礎的研究\*

加藤 雅也†

## Basic Study on a New Boundary Condition Setting Method for Permeable Structures in Coastal Wave Field Analysis

Masaya KATO

### ABSTRACT

When analyzing wave fields in coastal areas with permeable structures, it is necessary to set boundary conditions that enable accurate calculation of reflected and transmitted waves from the structures. For this purpose, a method is sometimes used in which the permeable structure is modeled in a wave height attenuation region called a sponge layer. This method requires tuning the resistance coefficient in the sponge layer and the length of the sponge layer in order to set the required reflection and transmission coefficients. In this study, a boundary condition setting method for permeable structures is developed, in which the transmissivity, reflectivity, and energy loss rate can be easily set by applying a wave making method based on linear theory that allows arbitrarily setting the reflectivity. The method was verified using the linear long wave equation for solitary and periodic waves, and was found to have high calculation accuracy.

**Key Words:** wave field analysis, permeable structure, boundary condition, reflectivity, absorption type wave making

**キーワード:** 波動場解析, 透過性構造物, 境界条件, 反射率, 吸収造波

### 1. はじめに

沿岸域の波動場解析を行う場合、計算領域内に存在する消波ブロック被覆防波堤や離岸堤などに対して、任意反射境界や任意透過境界を設定する必要がある。

任意反射境界や任意透過境界に、人工的に波のエネルギーを減衰させる領域（以下、スポンジ層と記す）を利用する方法が使われる場合がある（例えば、有川・磯部<sup>1)</sup>、平山・平石<sup>2)</sup>など）。この方法は、ブロック等の透水性のある部分の計算に流体抵抗を付加することで波を反射や減衰させるものである。したがって、必要な反射率や透過率を設定するためには、スポンジ層の長さや抵抗値

\* 令和6年11月29日 受付

令和7年2月13日 受理（査読付き論文のみ記載）

† 工学部工学科・大学院工学研究科 教授

をチューニングする必要がある。

一方、スポンジ層を用いない任意反射境界については、中嶋ら<sup>3)</sup>が線形理論に基づいた境界条件設定法を導出し、その性能評価を示している。また、著者ら<sup>4)</sup>は中嶋ら<sup>3)</sup>と同様な手法を用いて任意反射型吸収造波境界の構築と性能検証を行った。両者とも十分な精度で計算可能であることが示されている。ただし、これらの境界条件は、岸壁や造波境界のように計算領域の境界部分に用いる場合は問題ないが、計算領域内に用いる場合は、双方向性がないことに注意が必要となる。すなわち、一方から入射した波を任意の反射率で反射波と透過波に分離可能であるが、逆方向から入射した波は設定した反射率に寄らず完全反射するため、透過性構造物の境界としては適用できない。

本研究では、簡便に任意の反射率および透過率を設定可能な透過性構造物の計算境界構築を目的とし、任意反射型吸収造波法を透過性構造物境界に適用する方法を示す。なお、以下では一次元線形長波方程式による波動場解析を想定おり、数値計算の詳細は2.3に示している。

## 2. 透過性構造物境界の構築

### 2.1 任意反射境界

入射波と反射波が存在する領域で、任意反射境界の流量 $M$ は以下の式(1)で表される<sup>4)</sup>。

$$M = \frac{(1 - K_R)}{(1 + K_R)} \eta C \quad (1)$$

ここで、 $\eta$ は反射境界前面の水位変動、 $K_R$ は反射率、 $C$ は波速であり、長波の場合は $C = \sqrt{gh}$ である。なお、この任意反射境界を図1に示すような計算領域内の透過性構造物の境界として使用する場合、透過波は透過率 $K_T = 1 - K_R$ の波となり、エネルギー保存 $K_T^2 + K_R^2 = 1$ が満たされない。そこで、透過側の計算にはエネルギー損失率 $KL2$ も考慮して、境界条件を式(2)とする必要がある。

$$M = \frac{\sqrt{1 - K_R^2 - KL2}}{(1 + K_R)} \eta C \quad (2)$$

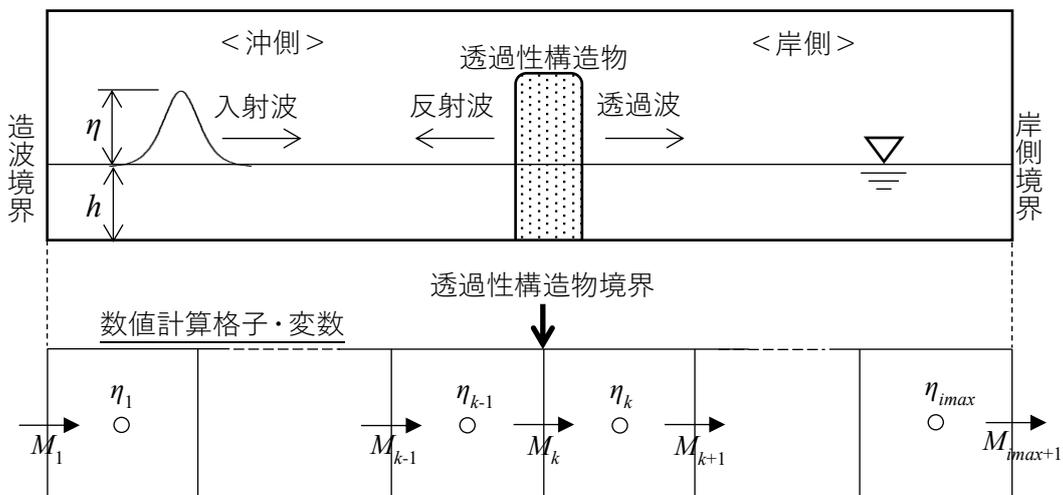


図1 計算領域と数値計算格子・変数配置

また、この境界を透過した波が岸側境界で反射して逆向きに透過性構造物境界に到達した場合は、その境界で完全反射する不透過境界となることに注意が必要である。

### 2.2 任意反射型吸収造波法

著者ら<sup>4)</sup>は、エネルギー吸収帯を必要としない簡易な吸収造波法を任意反射型に拡張し、線形長波方程式を用いた数値計算において、設定した反射率に対応した吸収造波を行えることを示している。反射率 $K_R$ を0（無反射）から1（完全反射）まで任意に設定可能な任意反射型吸収造波法による造波境界の流量 $M$ は式（3）で表される。

$$M = \left\{ \eta_I - \frac{(1 - K_R)}{(1 + K_R)} (\eta^* - \eta_I) \right\} C \quad (3)$$

ここで、 $\eta_I$ は入射波の水位、 $\eta^*$ は造波境界前面の計算水位である。数値計算では、 $\eta^*$ は1タイムステップ前の計算水位を用いることになるが、タイムステップを十分小さくすることで誤差は抑制される。

### 2.3 透過性構造物境界

透過性構造物は、沖からの入射波を反射・透過するとともに、岸からの反射波に対しても反射・透過する（図2参照）。したがって、2.1に示した任意反射境界のような一方向性の境界条件ではなく双方向性の境界条件が必要となる。そこで、図3に示すように、沖側境界については、沖側からの入射波に対して設定した反射率で反射し岸側からの透過波で造波する任意反射型吸収造波を行い、岸側境界についても同様な吸収造波を行うように境界条件を設定する。したがって、透過性構造物境界を沖側と岸側に分割して各々に任意反射型吸収造波境界を設けるため、透過波の計算のため仮想領域内にダミー変数が必要となるが、1境界につき水位と流量の変数が各1増えるだけである。

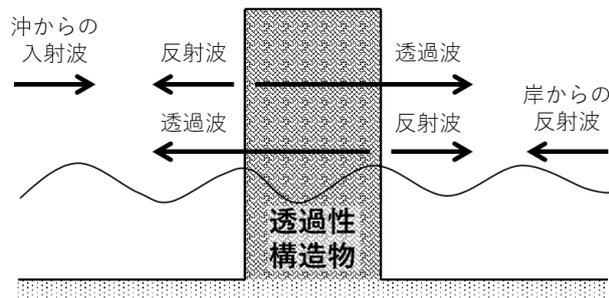


図2 透過性構造物周辺の波浪

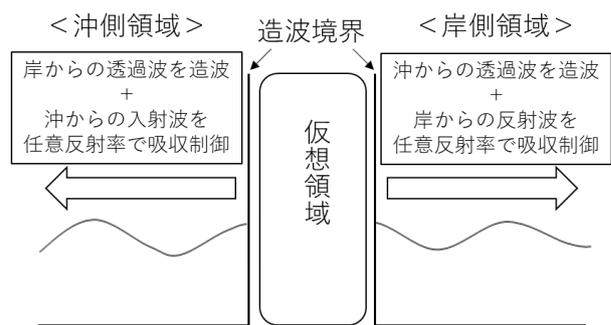


図3 任意反射型吸収造波法を用いた透過性構造物境界の概念図

一次元線形長波方程式に基づく解析に対しては、以下のように透過性構造物境界前後の計算を行う。基礎方程式は式（4）、（5）であり、図1のような計算領域に対して、式（6）、（7）のように基礎方程式を差分法により離散化する。空間上の変数配置は図1に示すスタッガードメッシュを用い、

時間発展には水位 $\eta$ と流量 $M$ を交互に計算するリーブ・フロッグ法を用いる。ここで、 $i$ は空間位置、 $t$ は時間進行、 $\Delta x$ は格子サイズ、 $\Delta t$ は計算時間間隔、 $g$ は重力加速度、 $h$ は水深である。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\eta_i^{t+1} = \eta_i^t - \Delta t \frac{M_{i+1}^t - M_i^t}{\Delta x} \quad (6)$$

$$M_i^{t+1} = M_i^t - \Delta t \cdot gh \frac{\eta_i^{t+1} - \eta_{i-1}^{t+1}}{\Delta x} \quad (7)$$

図4に示すように、 $i = k$ の流量計算位置を透過性構造物位置とすると、透過性構造物を挟んだ両側の水位 $\eta_{k-1}$ 、 $\eta_k$ の計算は以下の式(8)～(13)を用いて行う。なお、本研究では、入射波の波長に比べて透過性構造物の幅が小さい場合を想定して、流量配置位置1点を透過性構造物境界(透過性構造物幅=0)としているが、透過性構造物の幅を考慮した解析への適用も可能である。

$$\eta_{k-1}^{t+1} = \eta_{k-1}^t - \Delta t \frac{DM_1^t - M_{k-1}^t}{\Delta x} \quad (8)$$

$$\eta_k^{t+1} = \eta_k^t - \Delta t \frac{M_{k+1}^t - DM_2^t}{\Delta x} \quad (9)$$

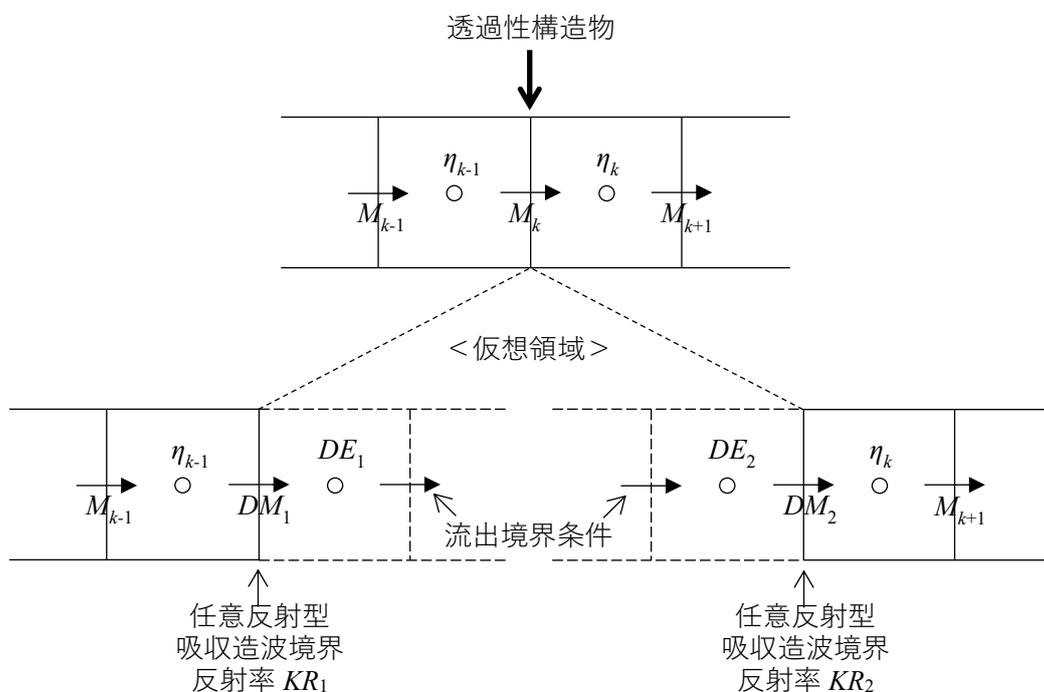


図4 任意反射型吸収造波法を用いた透過構造物境界の変数配置

$$DE_1^{t+1} = DE_1^t - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ DE_1^t \cdot \sqrt{gh} - \frac{\sqrt{1 - KR_1^2 - KL2_1}}{1 + KR_1} (\eta_{k-1}^{t+1} - DE_2^t) \cdot \sqrt{gh} \right\} \quad (10)$$

$$DE_2^{t+1} = DE_2^t - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ -\frac{\sqrt{1 - KR_2^2 - KL2_2}}{1 + KR_2} (\eta_k^{t+1} - DE_1^t) \cdot \sqrt{gh} - (-DE_2^t \cdot \sqrt{gh}) \right\} \quad (11)$$

$$DM_1^{t+1} = -\left\{ DE_2^t - \frac{1 - KR_1}{1 + KR_1} (\eta_{k-1}^{t+1} - DE_2^t) \right\} \cdot \sqrt{gh} \quad (12)$$

$$DM_2^{t+1} = \left\{ DE_1^t - \frac{1 - KR_2}{1 + KR_2} (\eta_k^{t+1} - DE_1^t) \right\} \cdot \sqrt{gh} \quad (13)$$

### 3. 透過性構造物境界の性能の検証

#### 3.1 孤立波を用いた検証

##### (1) 計算条件

孤立波の計算は、造波境界から入射波の流量として、式(14)に基づいて算出される孤立波の水位変動 $\eta$ に長波の波速を乗じた流量を用いて、吸収造波法により入射波高 $H_I = 1.0, 3.0\text{m}$ の2種類の孤立波を造波して行った。式(14)中の $H$ は波高、 $h$ は水深、 $c = \sqrt{g(H+h)}$ である。計算空間は、水深 $h = 10\text{m}$ 、計算領域長 $CL = 300\text{m}$ として、透過性構造物を計算領域中央に配置した。空間格子サイズは $\Delta x = 1\text{m}$ 、計算時間ステップは $\Delta t = 0.01\text{s}$ で、総計算時間は $100\text{s}$ とした。境界位置での反射率に関する計算条件は表1に示すとおりであり、透過性構造物の反射率については沖側と岸側の全ての組み合わせについて行った。なお、透過性構造物沖側反射率 $KR_1$ および岸側反射率 $KR_2$ が共に $0.6$ のケースのみエネルギー損失を考慮した計算を行い、それ以外は全て $KL2 = 0.0$ で計算した。

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \left\{ \sqrt{\frac{3H}{4h^3}} (x - c \cdot t) \right\} \quad (14)$$

表1 計算条件 (境界位置の反射率)

透過性構造物			岸側境界 反射率 $KR_s$
沖側反射率 $KR_1$	岸側反射率 $KR_2$	エネルギー損失率	
0.0, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0	0.0	$KL2_1=KL2_2=0.0$	0.0
0.0, 0.3, 0.5, 0.7	0.0, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0		1.0
0.6	0.6	$KL2_1=KL2_2=0.55$	1.0

##### (2) 計算結果と考察

図5に入射波高 $H_I = 3.0\text{m}$ 、透過性構造物沖側反射率 $KR_1 = 0.6$ 、岸側反射率 $KR_2 = 0.6$ 、エネルギー損失率 $KL2 = 0.55$ の場合の空間波形の時間変化を示す。図5(a)から、透過性構造物位置で入射波が反射・透過し、設定した反射率・透過率に応じた反射波 $\eta/H_I = 0.6$ 、透過波 $\eta/H_I = 0.3$ の波が互い

に逆方向に進行していることが分かる。また、図5(b)から、岸側境界から反射して沖側に進行する波が透過性構造物位置で反射・透過し、設定した反射率・透過率に応じた反射波 $\eta/H_I = 0.18$ 、透過波 $\eta/H_I = 0.09$ の波が互いに逆方向に進行していることが分かる。

図6(a)に図5と同一計算条件の、造波境界と透過性構造物の中央位置の水位の時間変化を示す。また、図6(b)に、透過性構造物と岸側境界の中央位置の水位の時間変化を示す。図6(a)より、入射波が通過した後透過性構造物からの反射波が通過し、その後透過性構造物と岸側境界の間で反射を繰り返しながら透過性構造物を冲向きに透過してきた波の通過が確認できる。また、図6(b)より、入射波が透過性構造物を透過した波が通過した後、透過性構造物と岸側境界の間で反射を繰り返しながら、透過性構造物の反射率に応じて波高が減衰している様子が確認できる。

図7に、全ての計算条件に対して、造波境界と透過性構造物の中央位置および透過性構造物と岸側境界の中央位置の入射波、反射波、透過波の波高について、透過率・反射率に基づき計算した理論値と数値計算値の比較を示す。図より、孤立波に対して、任意反射型吸収造波法を用いた透過性構造物境界により高精度に反射波・透過波を計算できることが分かった。なお、理論値に対する数値計算値の誤差は最大0.85%であった。

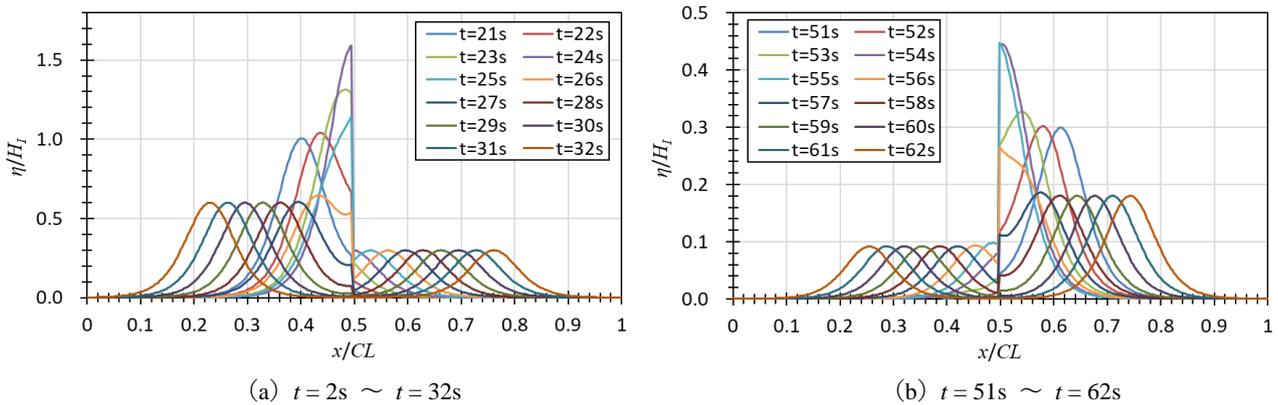


図5 空間波形の時間変化 (孤立波,  $H_I=3\text{m}$ ,  $KR_1=KR_2=0.6$ ,  $KL_2=0.55$ )

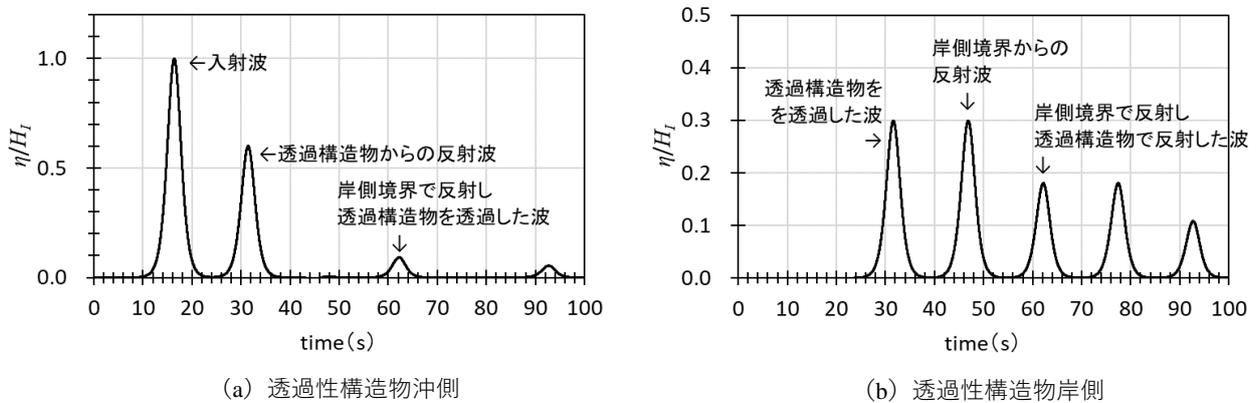


図6 時間波形 (孤立波,  $H_I=3\text{m}$ ,  $KR_1=KR_2=0.6$ ,  $KL_2=0.55$ )

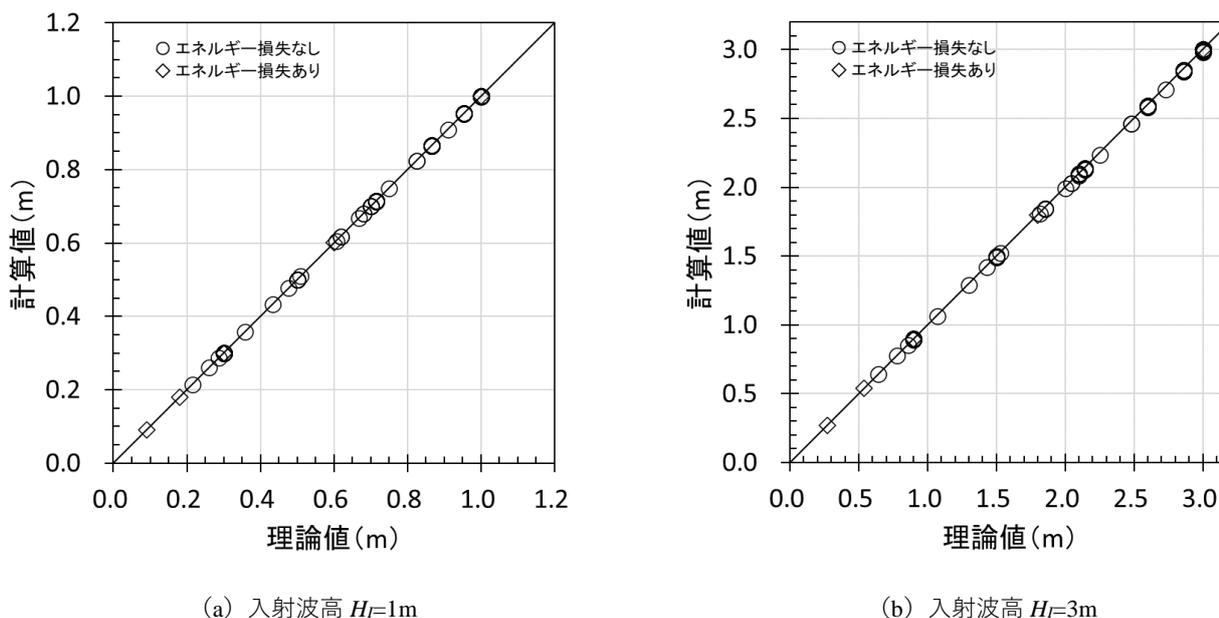


図7 孤立波波高の理論値と計算値の比較

### 3.2 周期波を用いた検証

#### (1) 計算条件

周期波の計算は、造波境界から入射波の流量として正弦波の水位変動に長波の波速を乗じた流量を用いて吸収造波して行った。表2に水深、波高、周期の計算条件を示す。図8は波動理論の適用範囲図<sup>5)</sup>に、○印で本計算条件6ケースを示したものである。入射波の条件としては、主に長波領域とし、適用範囲を確認するため浅海波の領域についても計算を行った。計算空間は、計算領域長  $CL=600\text{m}$  として、透過性構造物を計算領域中央に配置した。透過性構造物境界は、沖側面、岸側面ともに反射率を0.6、透過率を0.8、エネルギー損失率を0.0とした。空間格子サイズは  $\Delta x=2\text{m}$ 、計算時間ステップは  $\Delta t=0.01\text{s}$  で、総計算時間は200sとした。

#### (2) 計算結果と考察

図9に水深  $h=5\text{m}$ 、入射波の波高  $H_I=0.1\text{m}$ 、周期  $T=20\text{s}$  の場合の空間波形の時間変化を示す。図9(a)は造波開始56sから68sの波形を1sごとに示している。透過性構造物位置で入射波が反射・

表2 計算条件 (水深・波高・周期)

水深 $h$ (m)	波高 $H$ (m)	周期 $T$ (s)	波長 $L$ (m)	波高水深比 $H/h$	波形勾配 $H/L$	相対水深 $h/L$	$T\sqrt{g/h}$
5.0	0.05	20.0	138.824	0.01	0.00036	0.036	28.000
		50.0	349.530	0.02	0.00029	0.014	70.000
	10.0	0.10	10.0	92.320	0.01	0.00108	0.108
20.0			194.662	0.01	0.00051	0.051	19.799
40.0			394.318	0.01	0.00025	0.025	39.598

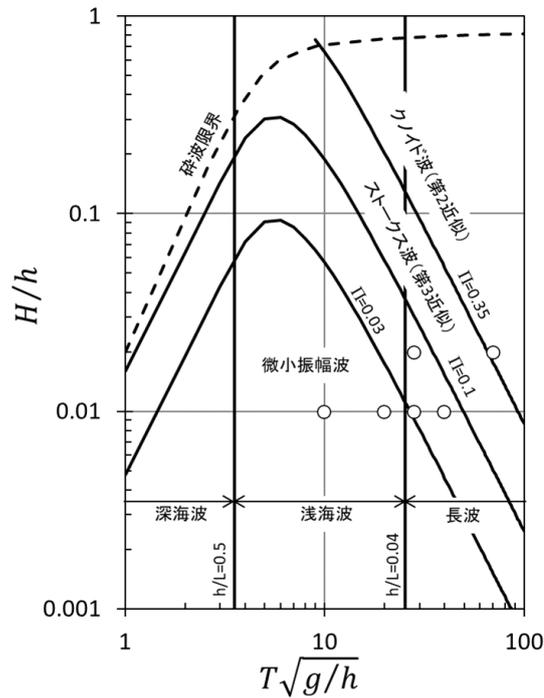
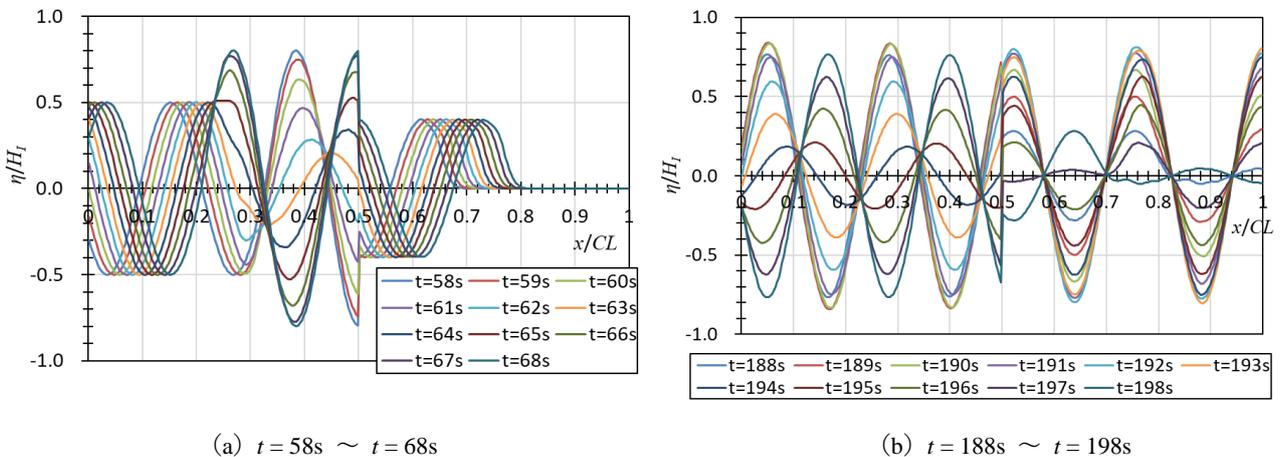


図8 波動理論の適用範囲 (O: 本研究の計算条件)

透過し、透過側は設定した透過率に応じた波高の波が進行し、反射側は設定した反射率に応じた波高の波と入射波が部分重複波を形成している。図9 (b) はさらに時間が経過し、造波開始 188s から 198s の波形を示したもので、透過側も岸側境界との間で重複波の形成が見られる。

図10は、水深 $h=5\text{m}$ 、入射波の波高 $H_1=0.1\text{m}$ 、周期 $T=50\text{s}$ の場合の空間波形について数値計算値と理論値を比較したものである。理論値は、式(15)に基づいて、入射波、透過波、反射波の位相差を考慮して線形に重ね合わせて算出している。ここで、 $\eta$ は水位変動、 $x$ は空間座標、 $t$ は時間、 $H$ は波高、 $k$ は波数で $k=2\pi/L$  ( $L$ は波長)、 $\sigma$ は角周波数で $\sigma=2\pi/T$ 、 $\Delta$ は位相差である。なお、計算式中の複号は、 $-$ が $x$ 軸正方向に進行する波、 $+$ が $x$ 軸負方向に進行する波を表している。



(a)  $t=58\text{s} \sim t=68\text{s}$

(b)  $t=188\text{s} \sim t=198\text{s}$

図9 空間波形の時間変化 (周期波,  $h=5\text{m}$ ,  $H_1=0.1\text{m}$ ,  $T=20\text{s}$ ,  $KR_1=KR_2=0.6$ ,  $KL_2=0.0$ )

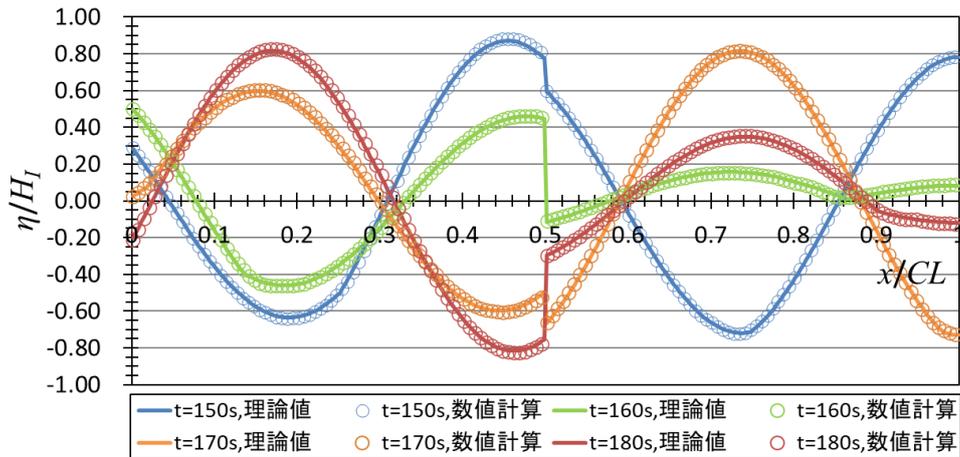
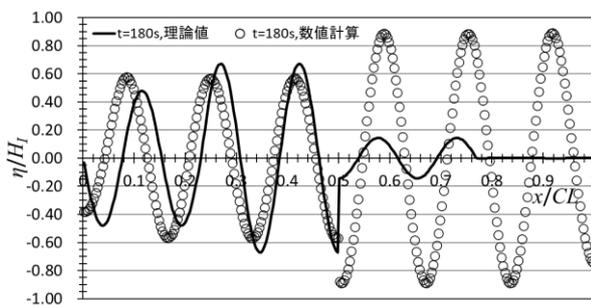


図 10 空間波形の理論値との比較 (周期波,  $h=5\text{m}$ ,  $H_I=0.1\text{m}$ ,  $T=50\text{s}$ ,  $KR_1=KR_2=0.6$ ,  $KL_2=0.0$ )

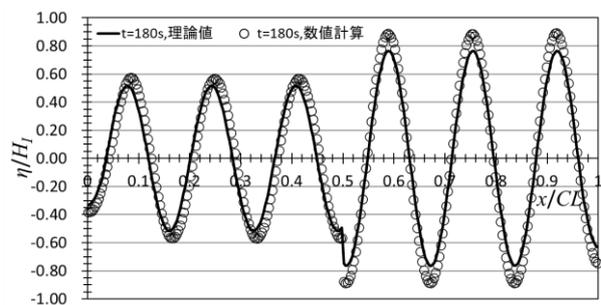
$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \sin(kx \pm \sigma t + \Delta) \quad (15)$$

図 10 より, 数値計算値は理論値とよく一致しており, 周期波に対して, 任意反射型吸収造波法を用いた透過性構造物境界により高精度に反射波・透過波を計算できることが分かった。

一方, 図 11 (a) は, 水深  $h=10\text{m}$ , 入射波の波高  $H_I=0.1\text{m}$ , 周期  $T=10\text{s}$  の場合の空間波形 ( $t=180\text{s}$ ) について数値計算値と理論値を比較したものである。数値計算値と理論値に大きな差が見られる。これは, 入射波が浅海波の範囲の波であり, 理論値の計算に用いた微小振幅波理論に基づく波速 ( $L/T$ ) と線形長波方程式で計算した数値計算における波速  $\sqrt{gh}$  との違いによる入射波, 反射波, 透過波の位相のずれによるものと考えられる。そこで, 式 (15) 中の波長の計算に長波の波速 ( $\sqrt{gh}$ ) に基づく波長 ( $T\sqrt{gh}$ ) を用いて計算した理論値との比較を図 11 (b) に示す。その結果, 位相のずれが解消され, 数値計算値と理論値はかなり近づいたといえる。この点から, 対象とする波によって適合する基礎方程式に基づいた計算をする必要はあるが, 任意反射型吸収造波法を用いた透過性構造物境界は浅海波に対しても比較的精度よく反射波・透過波を計算できると考えられる。なお, 同様な結果を他の計算条件についても確認している。



(a) 理論値の計算に微小振幅波理論による波速を用いた場合



(b) 理論値の計算に長波の波速を用いた場合

図 11 空間波形の理論値との比較 (周期波,  $h=10\text{m}$ ,  $H_I=0.1\text{m}$ ,  $T=10\text{s}$ ,  $KR_1=KR_2=0.6$ ,  $KL_2=0.0$ )

## 4. おわりに

本研究では、簡易な任意反射型吸収造波法を応用して、透過性構造物の反射率、透過率、エネルギー損失率を任意に設定可能な境界条件を構築した。線形長波方程式を用いた数値計算値と理論値との比較により性能評価を行った結果、孤立波、周期波ともに本境界条件が十分な精度で機能することがわかった。

本研究で構築した境界条件は、適用する前提として構造物の透過率・反射率・エネルギー損失率の値や特性を既往の実績や水理模型実験等により決定する必要があるが、それらが決定できれば、構造物の形状等によらず適用可能である。ただし、今回の性能評価は一次元線形長波の範囲内であり、今後実海域を対象とした計算を念頭に置き、平面波浪場への拡張や波の非線形性や分散性を考慮した数値解析への適用性の検討が必要であると考えている。

## 要 旨

透過性構造物がある沿岸域の波動場解析をする場合、その構造物からの反射波や透過波を精度良く計算できる境界条件の設定が必要である。そのために、透過性構造物をスポンジ層と呼ばれる波高減衰領域でモデル化して計算する方法が使われる場合がある。この方法は、所要の反射率や透過率を設定するために、スポンジ層内の抵抗係数やスポンジ層の長さをチューニングする必要がある。本研究では、線形理論に基づく任意反射型吸収造波法を応用して、透過率、反射率およびエネルギー損失率を簡便に設定可能な透過性構造物の境界条件設定法を構築した。孤立波と周期波について、線形長波方程式を用いた検証を行い、高い計算精度を有することが分かった。

**キーワード**：波動場解析，透過性構造物，境界条件，反射率，吸収造波

## 参考文献

- 1) 有川太郎・磯部雅彦：非線形緩勾配方程式を用いた任意反射率を持つ構造物周辺の入・反射波浪共存場の解析，海岸工学論文集，第46巻，pp.56-60，1999.
- 2) 平山克也・平石哲也：ブシネスクモデルにおける目標反射率の設定法とその港内波高分布計算に対する適用性，海岸工学論文集，第49巻，pp.676-680，2002.
- 3) 中嶋光浩・由比政年・間瀬肇・石田啓：碎波減衰および任意反射境界を考慮した修正ブシネスクモデルに関する基礎的研究，日本海域研究，第34号，pp.131-141，2003.
- 4) 加藤雅也・荒川健人・竹内貴弘・佐々木幹夫：沿岸域の波動場解析における任意反射型簡易吸収造波法の提案とその評価，日本建築学会北海道支部研究報告集，94，pp.396-399，2021.
- 5) 川崎浩司：沿岸域工学，コロナ社，205p.，2013.