

複数部材から構成された構造系の正規関数 及びそれらの直交関係の証明

穂 山 和 男*

The Normal Functions of the Structure Composed of Plural Members and the Proof of Their Orthogonal Relationship

Kazuo AKIYAMA

1. 序 言

単一部材の構造系の直交関係を再考察し、それをもとに複数部材から構成された構造系の正規関数及びそれらの直交関係を考察する。このことは解析モデルをどのように設定したらよいかということにも密接に関係することにおいて不可欠な検討事項である。

本論は、動的解析の出発となる微小振動理論における自由振動の範囲で論証する。また、トラスを例にとり、具体的な解析結果をも示す。

2. 単一部材の構造系の直交関係の再考察

曲げ振動と縦振動とにつき考えてみる。

横方向変位を Y 、縦方向変位を X 、軸方向座標を z とすれば、 Y 及び X の満足する微分方程式は、等断面の場合、

$$\left. \begin{aligned} \rho A p^2 Y &= EI \frac{d^4 Y}{dz^4} \\ \rho A p^2 X &= -EA \frac{d^2 X}{dz^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 ρ ：密度、 A ：断面積、 p ：角振動数、 E ：ヤング率、 I ：断面2次モーメントである。

式(1)から

$$\left. \begin{aligned} (p_r^2 - p_s^2) \int_0^l \rho A Y_r Y_s dz \\ = EI \left[Y_s Y_r''' - Y_r Y_s''' \right. \\ \left. - Y_s' Y_r'' + Y_r' Y_s'' \right] \Big|_0^l \\ (p_r^2 - p_s^2) \int_0^l \rho A X_r X_s dz \\ = EA \left[X_r X_s' - X_s X_r' \right] \Big|_0^l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 l ：部材長、 r, s ：モード番号、ダッシュ''は z に関する微分を意味する。また、式(1)の両辺に p をかけると

$$\left. \begin{aligned} \rho A p^3 Y &= p(EI Y''') \\ \rho A p^3 X &= p(-EA X'') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

同様に、式(3)から

$$\left. \begin{aligned} (p_r^3 - p_s^3) \int_0^l \rho A Y_r Y_s dz \\ = (p_r - p_s) \int_0^l EI Y_r'' Y_s'' dz \\ + p_r EI \left[Y_s Y_r''' - Y_s' Y_r'' \right] \Big|_0^l \\ - p_s EI \left[Y_r Y_s''' - Y_r' Y_s'' \right] \Big|_0^l \\ (p_r^3 - p_s^3) \int_0^l \rho A X_r X_s dz \\ = (p_r - p_s) \int_0^l EA X_r' X_s' dz \\ - p_r EA \left[X_s X_r' \right] \Big|_0^l \\ + p_s EA \left[X_r X_s' \right] \Big|_0^l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

昭和57年11月27日受理

* 土木工学科助教授