

有限要素法の分割が電磁力の 計算に与える影響

木村昭穂*，加川幸雄**，村井忠邦***，松坂知行****

The Influence on the Calculation of Electromagnetic Force
through a Division in the Finite Element Method

Akio KIMURA，Yukio KAGAWA，Tadakuni MURAI，Tomoyuki MATSUZAKA

Abstract

It is generally required to calculate the electromagnetic forces of the electromechanical devices by means of Maxwell stress in order to clarify their characteristics.

In this paper the influence of a division in calculating the electromagnetic force is investigated and a method of division is proposed.

1. はじめに

最近、電子技術の著しい発展により計算機が安価になり、事務処理の合理化と情報収集とその処理などの為に多に導入されているに至っている。それに伴い計算機の周辺装置の機器の需要も増大している。需要に伴いエネルギーの消費量が計られ、小型で且高効率の機器が要求されている。これらの開発に当たり設計段階での機器の数値解析による特性解析が行なわれており、機器を試作する過程において重要である。計算機の小型化と高性能化により、数値解析による特性解析は重要性を増している。特に有限要素法による解析は大きな役割を担ってきている。機器の磁束分布はもとより、磁性体に働く力、及びトルクをいかに精度よく計算するかが、電子機器を解析する上で重要な問題である。電磁力、トルクの計算には、エネルギー変位法、マクスウェルの応力が用いられる。エネルギー変位法⁽¹⁾は、領域の積分より求める為に比較的安定な解が得られるが、二度計算をしなければならない。またマクスウェルの応力は計算する積分路の磁束密度の誤差がそのまま電磁力の誤差となることが報告^{(2)~(4)}されている。しかし、計算が一度で済むので有限

昭和63年12月15日受理

* 八戸工業大学 情報システム工学研究所講師

** 富山大学 電気工学科教授

*** 富山大学 電気工学科講師

**** 八戸工業大学 電気工学科・情報システム工学研究所教授

要素法に適している。ここでは、マクスウェルの応力を用いて計算を行なった。パソコン等のように限られた容量の計算機を利用する場合に、細分割をすることが不可能なことが多いので、或程度適格な分割により精度を上げる事が望まれる。ここでは、マクスウェルの応力を用いて電磁力の計算をする際に、分割の仕方が電磁力に及ぼす影響について検討を行ない、分割をどのように行なえば精度良く計算出来るかその指針を与えた。

2. 電磁力の計算

磁性体の存在するところでは、多くの場合、電磁力が作用している。有限要素法による電磁力の計算には、エネルギー変位法とマクスウェルの応力が代表的なものとして用いらてゐる。次にその違いについて述べる。

2. 1 マクスウェルの応力

磁性体に働く電磁力は、マクスウェルの応力^{(5) (6)}において求める事ができる。これは磁束密度から計算されるので有限要素法に適している。磁性体に働く電磁力をFとすると、

$$F = \oint_S \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS \quad \dots (1)$$

で表わされる。ただし \mathbf{T} は、応力テンソル、 \mathbf{n} は単位法線ベクトルである。

応力テンソル \mathbf{T} は二次元では、

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.5 (B_x^2 - B_y^2) & B_x B_y \\ B_y B_x & 0.5 (B_y^2 - B_x^2) \end{bmatrix} \quad \dots (2)$$

である。マクスウェルの応力テンソルは、領域を囲む面積分により求められる。(2)式を用いると(3)式は、二次元では次式のように表わされる。

$$F = \oint_S \mathbf{T} dS \quad \dots (3)$$

2. 2 エネルギー変位法

エネルギー変位法は、各要素について、磁気エネルギーの積分化により求める、計算領域内の磁界の全エネルギーを W_1 とすると計算は以下の式より算出される。

$$W_1 = \sum_{i=1}^{N_1} (B_i^2 \Delta S_i) / (2 \times \mu_i) \quad \dots (4)$$

μ_i : 目の要素の透磁率 ΔS_i : i 番目の要素の面積
 B_i : 番目の要素の磁束密度 $= \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$
 N_i : 要素数

微小変位 $\Delta \theta$ だけ移動した時のエネルギーを W_2 すると、変位前のエネルギー W_1 と変位後のエネルギー W_2 とのエネルギーの差より次式によって求められる。

$$F = (W_2 - W_1) / \Delta \theta \quad \dots (5)$$

3. 解析領域

図1は、解析対象物を示したものである。永久磁石は軸方向異方性とし残留磁束密度が0.23(T)、鉄の磁気抵抗率 $\nu = 1000$ とした。また、境界条件は $\alpha - \beta$ は固定境界条件ポテンシャル $A = 0$ 、 $\beta - \gamma - \delta - \alpha$ は自然境界条件である。磁石のX方向の長さを0.3(m)、Y方向を0.4(m)、とし、磁石と鉄とのギャップは0.1(m)、また鉄の厚さは0.05(m)として計算を行なった。ギャップの部分の分割の仕方によって磁束密度がどのような分布をするか、またその結果電磁力がどのような影響を受けるか知る必要があるので、図2のような分割を行なった。図2は、要素分割図を示したものである。(a)の要素分割を基本とし、(b)～(e)のようにギャップの部分の分割を行なった。次にそれぞれの違いについて説明をする。

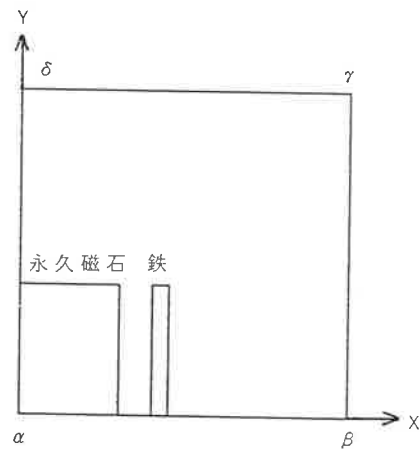
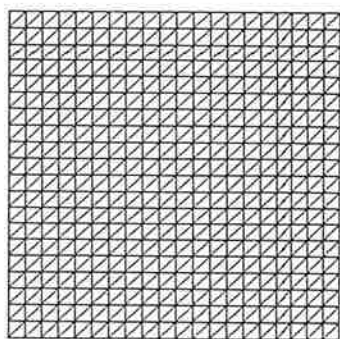


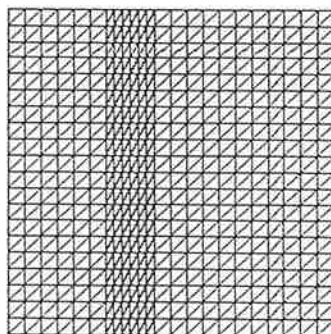
図1. 解析対象物

- (a) : 要素の基本分割
- (b) : (a) に対して、X方向を2倍に分割、Y方向は同分割
- (c) : (a) に対してX方向は同分割、Y方向のギャップの部分を2倍に分割
- (d) : (a) に対してギャップの部分のX方向は同分割、ギャップのY方向付近の磁石をも含めて2倍に分割
- (e) : (a) に対してX方向、Y方向、ともに2倍に分割

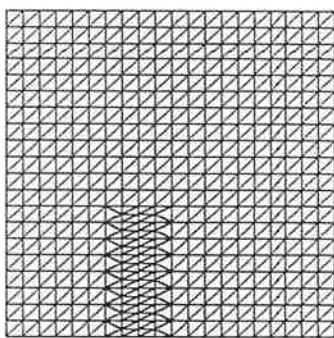
以後これらを、分割(a)などと呼ぶ。



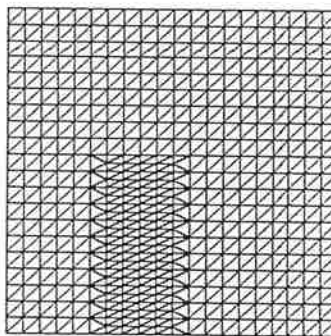
(a) 分割图



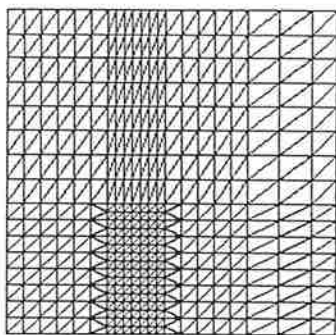
(b) 分割图



(c) 分割图



(d) 分割图



(e) 分割图

图 2 要素分割图

4. 解析結果

図3は、磁束の分布図を示したものである。鉄の端部と磁束が集中している事が判る。図4は、図2の(a)～(e)までの分割により計算した場合の磁束密度分布を示したものである。

図4においてBは、磁束密度の大きさ $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$ 、 B_x はX方向成分の磁束密度、 B_y はy方向成分の磁束密度を示したものである。どの図からも判るようにX方向成分の磁束密度がy方向成分よりも大きく、鉄の端部に近くなるに従い、y方向成分が大きくなっている。分割(a)、分割(b)とは同じような傾向にある。分割

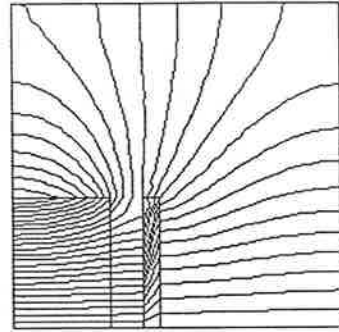
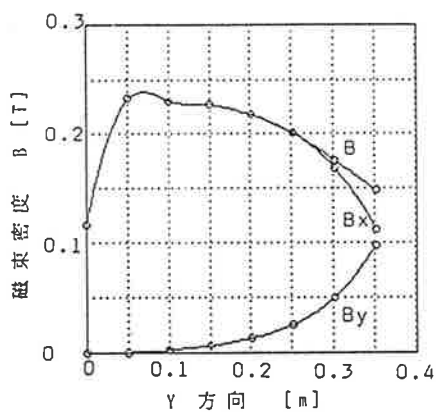


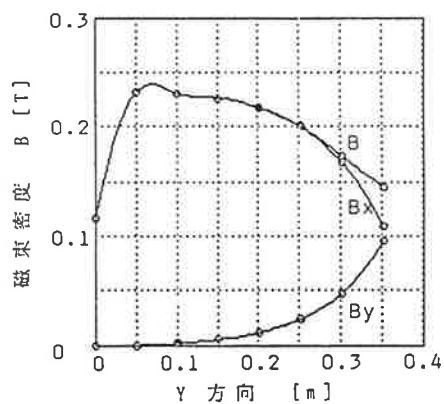
図3 磁束分布図

(b)はギャップのX方向の分割を分割(a)よりも細分割しても磁束密度の計算に大きな影響を与えないことを示している。約70%の所より磁束密度の落ち込みが大きくなっている。分割(c)には、磁束密度が大きく振動しながら減衰していることが判る。y方向の分割をギャップ部分だけを分割(a)より細分割したものである。磁束分布が約60%位まで滑らかであることが判る。分割(d)は、磁束密度が分割(c)のように振動をしないで滑らかである。これより分割(a)のようにギャップ付近の磁性体も考慮に入れてy方向に細分割をすれば良いことがいえる。分割(c)は、磁束密度が分割(d)とほとんど同じ傾向にあることが判る。分割(d)と違う点は、分割をギャップ付近の磁性体をx, y方向に細分割をしたものである。約70%位まで滑らかに磁束が分割していることが判る。

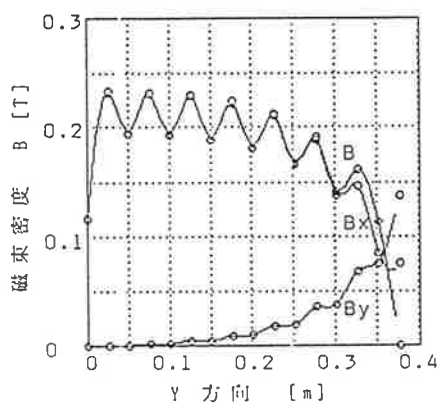
図5は分割による電磁力の計算したものである。 F_x はX方向成分の力を、 F_y はy方向成分の力を、 F は電磁力の大きさで $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ を示したものである。全体の図からいえることは、電磁力の大きさFは、X方向成分 F_x に等しく、y方向成分の力 F_y に対する依存度が小さいことが判る。分割(a)、(b)の図からいえる事は、分割が適当でない為に電磁力が最大値から直線的に急激に落ち込んでいる。分割(c)による場合には、約50%位まで緩やかに減衰をしていることが判る。y成分に対する依存度が小さく、X成分に対する依存度が大きいことが判る。分割(d)、(e)は同じような傾向にある。約70%位で緩やかに力が減衰をしていることが判る。図6は、分割による電磁力Fを示したものである、分割(a)、(b)は全体的に大きいことがいえる。電磁力の働く面に対して、分割を細かくしたときのものである。分割(c)はギャップの部分の部分を細かく分割したもので、ある程度電磁力の働く面に対して垂直方向に細かく分割をすれば良いことを示している。分割、(d)、(e)は、全体的に滑らかな分布をしながら減衰



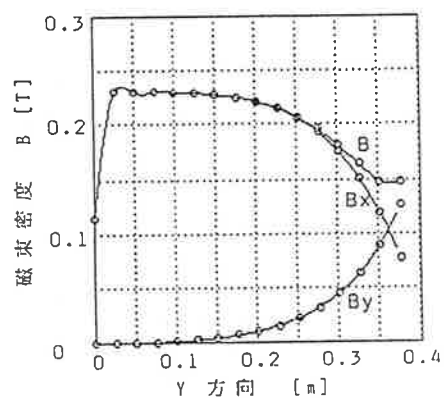
(1) 分割図(a)



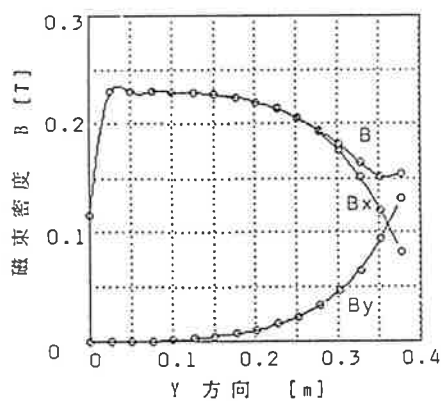
(2) 分割図(b)



(3) 分割図(c)

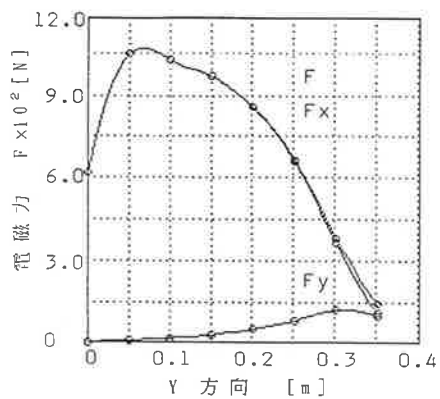


(4) 分割図(d)

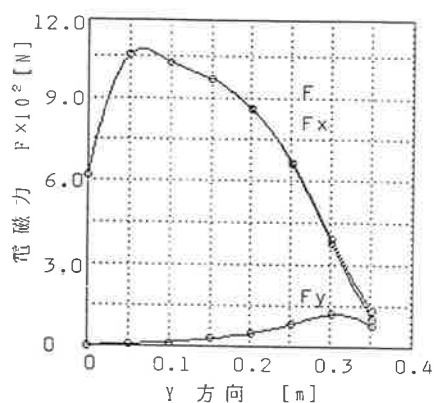


(5) 分割図(e)

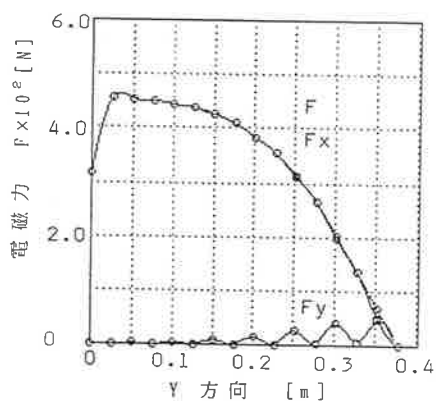
図4 ギャップ磁束密度



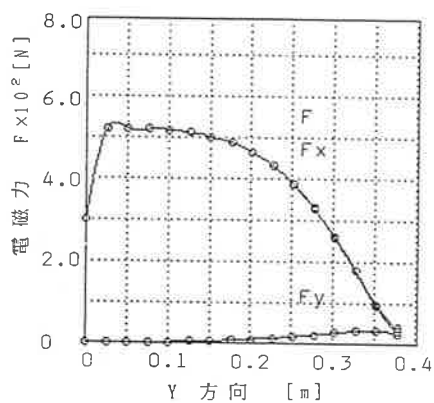
(1) 分割図(a)



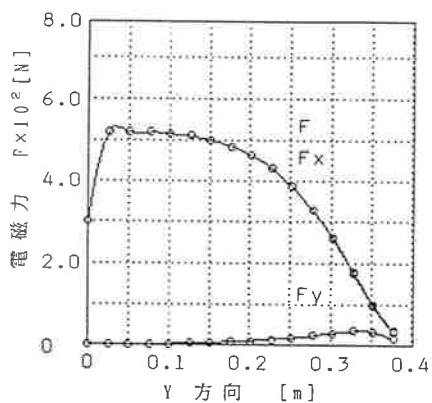
(2) 分割図(b)



(3) 分割図(c)



(4) 分割図(d)



(5) 分割図(e)

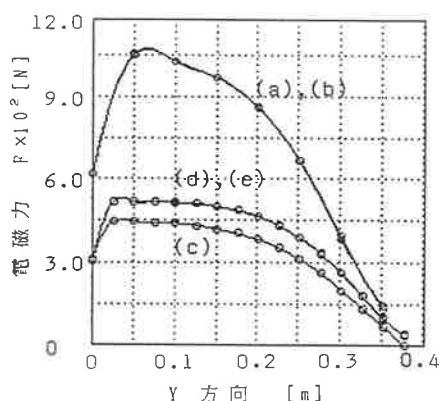
図5 電磁力の計算

をしている。これは、電磁力の働く面に対して垂直方向に分割を細かく取った場合である。ギャップ付近の磁性体をも考慮に入れて細かく分割する事により、或程度精度の良い値を得る事ができる。

表1は、理論値と図2の分割による電磁力の計算を比較したものである。また、理論値による計算は、次のようにして行なった。ギャップ部の磁束密度を $B = 0.2$ [T]、軸方向の長さは単位長さとし、y方向の長さを 0.4 [m]として行なった。(6)式は理論値の計算式を示したものである。但し、 S は断面積、 μ_0 は空気の透磁率 $4\pi \times 10^{-7}$ である。

$$F = \frac{B^2 S}{2 \mu_0} \quad [\text{N}] \quad \cdots (6)$$

表1 理論値との比較



	力 [N]	誤差%
理論値	6366.2	---
分割 (a)	5790.9	9.1
分割 (b)	5803.6	8.9
分割 (c)	5138.7	19.3
分割 (d)	6157.0	3.3
分割 (e)	6144.1	3.5

図6 電磁力の比較

分割(d)、(e)が理論値と誤差が3%程度と精度のよいことを示している。これらの結果より、マクスウェルの応力を用いて計算をする場合には、磁束の流れる方向をx方向とすれば、y方向の分割を細分割することにより、磁束密度の誤差が小さくなり、その結果として電磁力も精度良く求めることが出来るものと思われる。

5. まとめ

簡単なモデルを元にベクトルポテンシャル法により磁束密度を求め、それより電磁力を求めた。磁束の流れる方向に細分割をする事により精度の良い値を得る事が出来た。自然境界条件の部分を開領域問題として取り扱い、無限要素などの工夫により、より精度の良い値を得る事が出来るものと思われる。

参考文献

- 1) 沢、山崎：仮想変位法の原理に基づく有限要素法による電磁力の計算、昭62、電気学会全国大会 748
- 2) 中田、高橋：有限要素法によるトルク解析の精度向上法、昭59、電気学会全国大会 634
- 3) 中田、高橋：磁束密度の計算誤差とトルクの精度、昭60、電気学会全国大会 696
- 4) 村山、村井、加川：有限要素法による電磁力の計算精度向上のための二、三の考察、日本シミュレーション学会、第9回研究会資料(1987)
- 5) H・Hウッドソン：電気力学ⅠⅠ，産業図書
- 6) 加川、村山：BASIC による電気・電子有限要素法、科学技術出版