

画像追跡センサーを用いた移動型倒立振子の制御

松 坂 知 行*

A Study on Control of a Moving Type Inverted Pendulum using Image Tracing Sensor

Tomoyuki MATSUUZAKA*

Abstract

This paper presents the modeling and control of a moving type inverted pendulum, in which a real time CCD image tracing sensor was used as position and angle detectors. First, the constitution of a moving type inverted pendulum is described. Second, dynamical equations of the pendulum are derived. Third, a parameter estimation method of system is proposed. Using the parameters, the controller based on optimum control method is designed.

1. ま え が き

従来の倒立振子は、固定されたレールの上を、一次元方向、二次元方向に台車が移動し、台車の上に立てられた振子を最適制御などにより倒立させるものが多い。また台車の位置、振子の角度を検出するセンサーには、ポテンショメータ、ロータリーエンコーダなどの電気的センサーが用いられている。なお最近では、固定されたレール上を走行するのではなく、台車が自律的に移動し振子を倒立制御させるものも現れているが、位置、角度の検出にはやはり電気的センサーを用いている。一方人間が、振子の倒立操作を行う場合には、このような接触型センサーによるのではなく、視覚により角度を検出し、倒立制御を行っていることは経験的に知られるところである。そこで本稿では人間の倒立制御の原理を取り入れた倒立振子システムを研究してみた。本システムは、台車がレール上ではなく、床面を走行し、台車の位置、振子の角度の検出には、人間の目の役目をする画像追跡センサーを用いた。最終的には、台車は二次元

空間を移動できるものを目指す³が、今回は一次元の床面を移動するもので実験した。以下本システムの構成、実験結果、改良すべき制御アルゴリズムについて述べる。

2. システムの構成

図1に本システムの構成を示す。台車は4輪駆動で、左右直線方向に床面を移動でき、台車の上には倒立振子が搭載され、左右の方向に倒

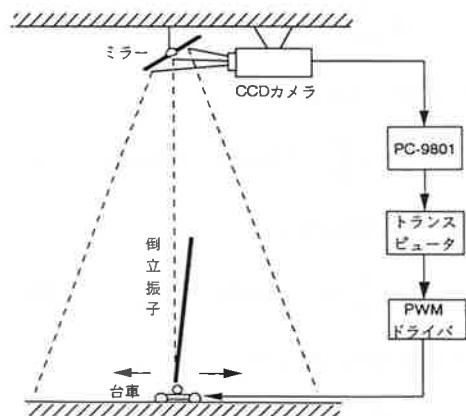


図1 倒立振子の制御系構成図

平成5年12月15日受理

* 八所工業大学 情報システム工学研究所 教授

れるようになっている。振子の付け根、振子の先端にはランプが点灯するようになっており、このランプの光を CCD カメラが検知する。このカメラは点灯したランプの光をリアルタイムで追跡するので、振子の付け根、振子の先端の画像の位置から台車の位置、倒立角度を知ることができる。カメラのデータは RS-232C インターフェースにより、PC-9801 に 19.2 Kbps で転送される。転送されたデータはトランスピュータ T805 に移され、ここで台車の位置、振子の角度が計算され、これをもとに台車の速度、角速度が求められるので、最適制御に必要な状態変数が得られる。また予め計算されていた最適利得といま求めた状態変数から制御量を計算し、モータ駆動に必要な PWM 信号を発生させ、台車の移動制御を行う。トランスピュータを用いたのは、カメラのデータ転送速度が 19.2 Kbps と比較的遅いので、制御の演算に必要な時間を短縮するためである。プログラムは並列処理用に開発された ANSI C を用いた。

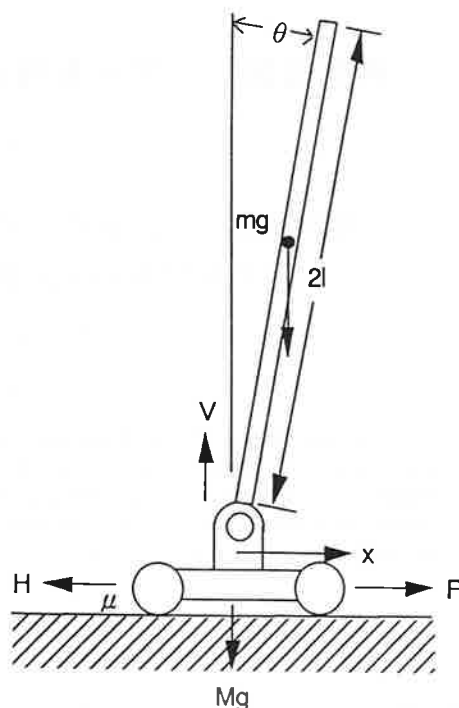


図2 台車、振子、床面に働く力

2. 倒立振子の運動方程式

図2に台車、振子、床面に動く力の関係を示す。この図から運動方程式を導くと以下のようになる。

台車の水平方向に関して

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} = F - H \quad (1)$$

振子の回転方向に関して

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \varepsilon \frac{d\theta}{dt} = V l \sin \theta - H l \cos \theta \quad (2)$$

振子の水平方向に関して

$$m \frac{d^2}{dt^2} (x + l \sin \theta) = H \quad (3)$$

振子の鉛直方向に関して

$$m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) = V - mg \quad (4)$$

モータの駆動力より

$$F = G \nu \quad (5)$$

ここで

- x : 台車の位置 (変位)
- θ : 振子の傾角
- M : 台車の質量
- m : 振子の質量
- F : 台車に作用する力
- μ : 床面の摩擦係数
- J : 振子の重心まわりの慣性モーメント
- l : 振子の重心と支軸間の距離
- V : 振子の台車の接合部に働く鉛直抗力
- H : 振子の台車の接合部に働く水平抗力
- g : 重力加速度
- ε : 振子の支軸の摩擦係数
- G : 電圧トルク係数
- ν : モータ電圧

3. 状態方程式

いま平衡点の近傍で線形近似を行うと

$$\sin\theta \approx \theta, \cos\theta \approx 1 \quad (6)$$

よって (3), (4) 式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + ml \frac{d^2 \theta}{dt^2} = H \quad (7)$$

$$V - mg = 0 \quad (8)$$

となる。以上の関係式から

$$(m+M) \frac{d^2 x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} + ml \frac{d^2 \theta}{dt^2} = G\nu \quad (9)$$

$$ml \frac{d^2 x}{dt^2} + (J + ml^2) \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \varepsilon \frac{d\theta}{dt} = mgl\theta \quad (10)$$

が得られ、ここで

$$x_1 = x, x_2 = \theta, x_3 = \frac{dx}{dt}, x_4 = \frac{d\theta}{dt} \quad (11)$$

と置くことにより

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-m^2 l^2 g}{\Delta} & \frac{-\mu(J+ml^2)}{\Delta} & \frac{ml\varepsilon}{\Delta} \\ 0 & \frac{(m+M)mgl}{\Delta} & \frac{ml\mu}{\Delta} & \frac{-\varepsilon(m+M)}{\Delta} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(J+ml^2)}{\Delta} G \\ \frac{-ml}{\Delta} G \end{bmatrix} \quad (13)$$

が得られる。ここに

$$\Delta = (m+M)J + mMl^2 \quad (14)$$

以上の関係から、以下のようなベクトル状態方程式が得られる。

$$\frac{dx}{dt} = Ax + B\nu \quad (15)$$

ここで

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^t \quad (16)$$

4. パラメータの推定方法

本節ではパラメータの推定方法について説明する。

4.1 振子の慣性モーメントの推定

振子の重心まわりの慣性モーメント J は一様な棒であれば $1/3 ml^2$ であるが、取り付け金具、支軸などがあるのでこの式で求めると実際の値と大きく異なる。そこで以下のようにして求めた。台車に振子を取り付けたまま、台車を上向きに固定し、振子を自由振動させる。振子の先端に取り付けたランプを点灯させ、CCD カメラで動きを追跡する。このときの振子の周期を T_p とすると

$$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{J + ml^2}{mgl}} \quad (17)$$

が成立するので、これより重心まわりの慣性モーメント J を求めることができる。

4.2 振子の支軸の摩擦係数の推定

振子の支軸のまわりの運動方程式は

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{\varepsilon}{J} \frac{d\theta}{dt} + \frac{mgl\theta}{J} = 0 \quad (18)$$

で表される。自由振動の減衰率を α 、各波形の振幅を x_i とすると

$$\alpha = \frac{1}{T_p} \log \frac{x_n}{x_{n+1}} \quad (19)$$

が成立し、これより摩擦係数 ε が

$$\varepsilon = 2\alpha(J + ml^2) \quad (20)$$

として得られる。

図 3 は CCD カメラで追跡した自由振動波形である。

4.3 モータ駆動系のパラメータの推定

(1), (5) 式よりモータの駆動方程式は (5)

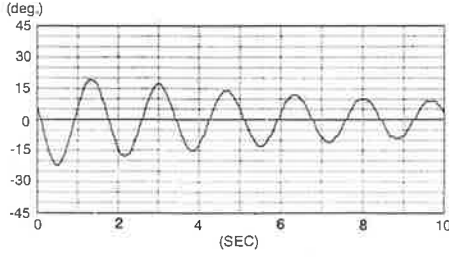


図3 振子の自由振動波形

式で $H=0$ とおいて得られる微分方程式を解くことにより

$$x(t) = \frac{G}{\mu} \left\{ \frac{M}{\mu} (e^{-\frac{\mu}{M}t} - 1) + t \right\} \nu_0 \quad (21)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{G}{\mu} (1 - e^{-\frac{\mu}{M}t}) \nu_0 \quad (22)$$

が得られる。したがってモータに一定電圧 ν_0 を加えて、速度が定常値に達したときの値から

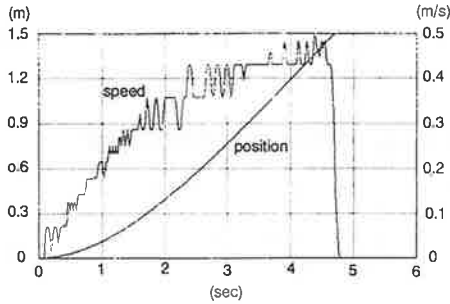


図4 台車の位置、速度

$G\nu_0/\mu$ が求められる。この値を (21) 式に代入し、時間 t_n に対する位置 x_n を代入し、Newton-Raphson 法により M/μ の値を求めることができる。時間 t_n , 位置 x_n に対する M/μ の値をいくつか求めて、平均すればより妥当な値に近づけることができる。一方 M は秤により計測できるので、これより μ が計算できる。よって G の値も求めることができる。

図4は実験で求めた台車の位置、位置の変化から求めた速度を示す。

表1は以上の方法で求めたパラメータである。

5. 倒立振子の制御

(15) 式の状態方程式を離散化することにより

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{P}\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}\nu(k) \quad (23)$$

を得る。この系で速度、角速度は観測されていないので

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x_n - x_{n-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta_n - \theta_{n-1}}{\Delta t}$$

を用いて計算した。利得 K の決定には最適制御法を用いた。すなわち W, r を与えて

表1 倒立振子のパラメータ

倒立振子のシステム パラメータ			
振子の質量	m	0.056	(kg)
振子の重心位置	l	0.315	(m)
振子の慣性モーメント	J	6.663×10^{-3}	(kg・m ²)
振子の摩擦係数	ϵ	3.682×10^{-5}	(kg・m ² /s)
台車の質量	M	0.545	(kg)
台車の摩擦係数	μ	0.646	(kg/s)
電圧利得	G	0.056	(N/V)

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \{ \mathbf{x}(k)^T \mathbf{W} \mathbf{x}(k) + r \nu(k)^2 \} \quad (24)$$

を最小にするような利得 \mathbf{K} を以下のように求める。

$$\mathbf{K} = (r + q^t \mathbf{H} q)^{-1} q^t \mathbf{H} \mathbf{P} \quad (25)$$

ここで \mathbf{H} は Ricatti 方程式

$$\mathbf{H} = \mathbf{W} + \mathbf{P}^t \mathbf{H} \mathbf{P} - \mathbf{P}^t \mathbf{H} q (r + q^t \mathbf{H} q)^{-1} q^t \mathbf{H} \mathbf{P} \quad (26)$$

を解いて得られる。また

$$\mathbf{K} = (K_1, K_2, K_3, K_4)^t \quad (27)$$

を意味する。

つぎに図5は台車の位置、振子の傾角の計測法を示す。カメラの分解能は x, y 方向とも 256 ドットである。しかし A, B 点では換算係数(m/dot)が異なるので、それぞれの計測値に換算係数をかけ、実際の位置 x_1, x_2 を求める必要がある。また図より振子の傾角 θ は

$$\theta = \sin^{-1} \{ (x_2 - x_1) / 2l \} \quad (28)$$

で計算される。

つぎにデータの採取、制御演算、モータ駆動

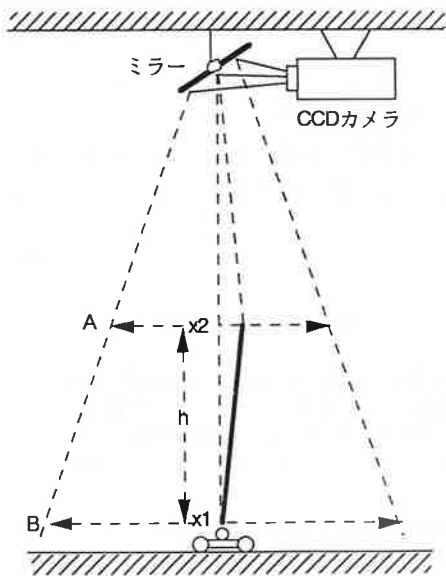


図5 位置、傾角の計測法

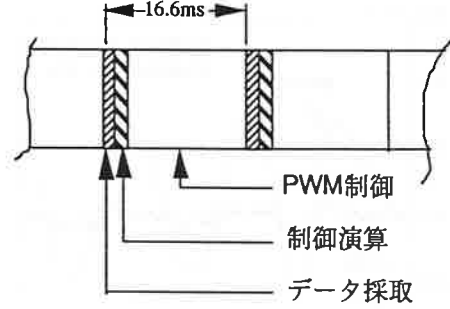


図6 データ採取、制御演算処理の時間関係

のための PWM 制御の時間関係を図6に示す。データのサンプリング間隔は 1/60 秒で行われ、16.6 ms 以内ですべての処理を行わなければならない。CCD カメラからのデータ伝送は RS232C, 19.2 Kbps で行われ、このための処理は PC-9801 VX で行われる。また制御演算, PWM 制御の処理には、トランスピュータ T805 を用いた。またソフトウェアは、トランスピュータ用に開発された並列処理の可能な ANSI C ツールセットを用いた。トランスピュータで生成された PWM 制御信号はパワートランジスタをスイッチ制御し、PWM 電圧がモータの電機子に印加される。

以上のような制御方法で振子を倒立させた結

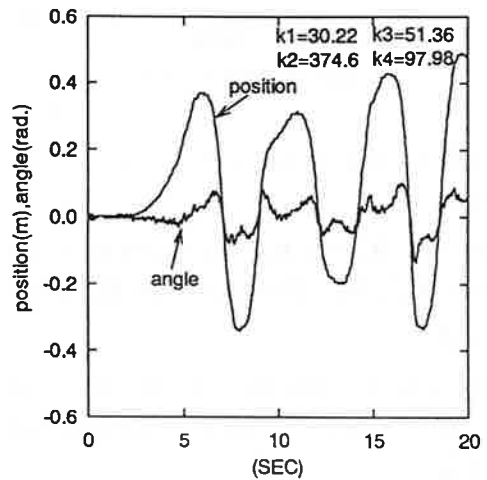


図7 制御結果ケース1

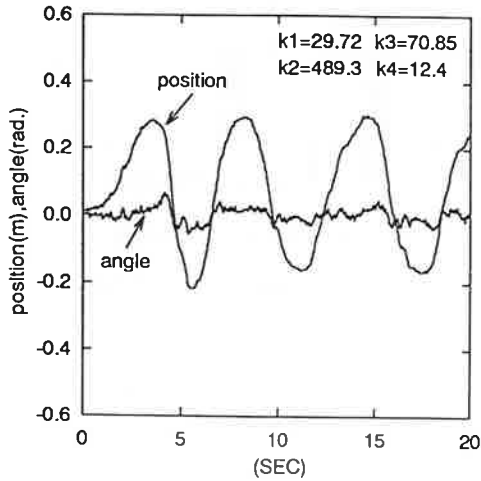


図8 制御結果ケース2

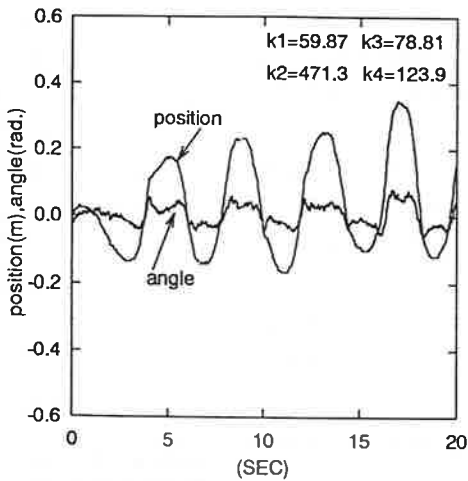


図9 制御結果ケース3

果を図7, 図8, 図9に示す。

図7は

$$W_1=10, W_2=10, W_3=0.1, W_4=0.01, r=0.1$$

$$K_1=30.22, K_2=374.6, K_3=51.36, K_4=97.98$$

図8は

$$W_1=100, W_2=500, W_3=150, W_4=50, r=10$$

$$K_1=29.72, K_2=489.3, K_3=70.85, K_4=12.4$$

図9は

$$W_1=2.0, W_2=0.1, W_3=0.001, W_4=0.0001, r=0.001$$

$$K_1=59.87, K_2=471.3, K_3=78.81, K_4=123.9$$

のケースである。この中では図8のケースが最も傾角の変動が少ないが、位置は+35 cm～-20 cmの範囲で変化しており、レール上を移動する通常の倒立振子に比較して変化が大きい。この原因は、データのサンプリング間隔が16.7 msと倒立振子の制御としては比較的に長いことと、台車の駆動メカニズムの部分のバックラッシュがあるためふらつきが大きいためである。CCDカメラのサンプリング間隔は短縮することができないので、ソフト的に補償することが必要で、このためにはカルマンフィルタを用いた予測制御などが考えられる。またバックラッシュの少ないギアを用いることにより、台車の位置のふらつきは少なくなると思われる。

6. まとめ

以上画像追跡センサーを用いた移動型倒立振子の制御について述べた。今回の実験は一次元で移動する倒立振子であるが、今後はシステムを改良し、二次元で移動する方式について研究したいと思っている。このためには、台車のメカニズムの改良、予測制御方法の改良などソフト面での検討を進めたいと考えている。

最後に本研究に御協力戴いた本学機械工学科卒業生の広田宗靖、松浦教郎の両君に感謝します。

7. 参考文献

- (1) 広田, 松浦: 画像追跡方式による移動型倒立振子の制御, 平成4年度八戸工業大学卒業研究論文
- (2) 応用計測研究所, G-120, 取扱説明書
- (3) 兼田, 山本: デジタル制御工学, 共立出版, p. 116
- (4) Inmos: ANSI, C, Tool Set Manual
- (5) 森下, 上野: デジタル制御工学, オーム社, p. 147